

**ВЕСТНИК  
САРАТОВСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**2016**

**№ 1 (82)**

Издается с 2003 г.

**Выходит один раз в квартал**  
Июнь 2016 года

**Главный редактор**  
**Заместитель главного редактора**  
**Ответственный секретарь**

д.и.н., профессор И.Р. Плеве  
д.т.н., профессор А.А. Сытник  
д.ф.-м.н., профессор В.В. Астахов

**Редакционная коллегия:** д.т.н., проф. И.И. Артюхов, д.ф.-м.н., проф. В.В. Астахов, д.ф.-м.н., проф. В.Б. Байбурин, д.ф.-м.н., проф. Д.А. Зимняков, д.т.н., проф. В.А. Крысько, д.т.н., проф. В.Н. Лясников, д.т.н., проф. И.В. Родионов, д.т.н., проф. А.А. Сытник, д.т.н., проф. Ю.Б. Томашевский, д.т.н., проф. В.А. Хрусталева

Редактор Л.А. Скворцова  
Компьютерная верстка Ю.Л. Жупиловой  
Перевод на английский язык А.Х. Аскаровой  
Ответственный за размещение полнотекстовой версии журнала  
на сайте eLIBRARY.ru М.И. Балакин

Адрес редакции:  
Саратов, 410054, ул. Политехническая, 77  
Телефон: (845 2) 99-87-39  
E-mail: vestnik@sstu.ru  
<http://dni.sstu.ru/vestnik.nsf>  
Факс: (845 2) 52-53-02

Подписано в печать 25.06.16  
Формат 60×84 1/8 Бум. офсет.  
Усл. печ. л. 16,0 Уч.-изд. л. 7,8  
Тираж 500 экз. Заказ 62  
Отпечатано в Издательстве СГТУ,  
410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77

Полная электронная версия журнала размещена в системе РИНЦ  
в открытом доступе на платформе eLIBRARY.RU

**Подписной индекс 18378**  
(каталог Газеты. Журналы на 2-е полугодие 2016 г.)

Since 2003

Once in a quarter

June 2016

**VESTNIK  
SARATOV  
STATE  
TECHNICAL  
UNIVERSITY  
2016**

**№ 1 (82)**

**Editor-in-chief**  
**Editor-in-chief assistant**  
**Executive secretary**

Professor I.R. Plevе  
Professor A.A. Sytnik  
Professor V.V. Astakhov

**Editorial board:** prof. I.I. Artyukhov, prof. V.V. Astakhov, prof. V.B. Bayburin, prof. D.A. Zimnyakov, prof. V.A. Krysko, prof. V.N. Lyasnikov, prof. I.V. Rodionov, prof. A.A. Sytnik, prof. Yu.B. Tomashevsky, prof. V.A. Khrustalev

Editor L.A. Skvortsova  
Computer-based page-proof Yu.L. Zhupilova  
Rendering A.H. Askarova  
Responsible for the full-text version of the magazine  
Online eLIBRARY.ru M.I. Balakin

Editorial office: 77, Politechnicheskaya Street  
Saratov, 410054  
Russia  
Telephone: +8452/99-87-39  
E-mail: vestnik@sstu.ru  
<http://dni.sstu.ru/vestnik.nsf>  
Fax: +8452/52-53-02

Signed for publishing: 25.06.16  
Format 60×84 1/8 Paper offset.  
Apr. tp. l. 16,0 Acc.-pbl. 7,8  
Edition 500 psc. Order 62  
Printed in publishing house of SSTU,  
77, Politechnicheskaya St., Saratov, 410054,  
Russia

## СОДЕРЖАНИЕ

**МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

<b>Коробко В.И., Черняев А.А.</b> Математическая взаимосвязь некоторых физико-механических и геометрических характеристик в задачах технической теории пластин.....	5
---	---

**ФИЗИКА**

<b>Гестрин С.Г., Кочелаевская К.В.</b> Ветровая неустойчивость газовых подсистем галактических дисков.....	12
<b>Иванов С.А., Квятковская И.Ю.</b> Использование модели Хольта для прогнозирования изменения температурного режима в закрытом грунте.....	18
<b>Колесников А.В.</b> Электровосстановление цинка в присутствии сульфата натрия.....	22
<b>Коломейцев В.А., Ковряков П.В., Лукьянов М.А., Гумаров Р.С.</b> Собственные значения и структура электромагнитного поля прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением.....	27
<b>Павлов А.Н., Фейзулин Р.А.</b> Физические особенности воздействия на эритроциты статических магнитных полей при наличии пространственного градиента.....	38
<b>Романчук С.П., Клинаев Ю.В., Терин Д.В., Корчагин С.А.</b> Математическое моделирование свойств анизотропных сред.....	49
<b>Филиппов Б.И.</b> Апостериорный анализ надёжности радиоэлектронных систем.....	52

**МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ**

<b>Ерохин В.В.</b> Инженерия поверхностей деталей станочных приспособлений.....	63
<b>Калекин В.В.</b> К вопросу совершенствования судовых холодильных установок на судах речного и морского транспорта.....	68
<b>Метелица С.С.</b> Экспериментальное обоснование возможности эффективного применения воздушной каверны на скоростных катамаранах.....	73
<b>Самойлова Е.М., Виноградов М.В., Игнатьев С.А., Добряков В.А.</b> Оценка связи динамических характеристик внутришлифовальных станочных модулей с качеством обработки колец подшипников.....	79

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

<b>Алилуев С.В., Попов А.Н., Поршнев В.А., Сафронов В.В., Тетерин Д.П.</b> Электропневмогидравлический рулевой привод.....	83
<b>Лавриченко О.В.</b> Разработка нечетких моделей системы интеллектуальной поддержки принятия решений в теории активного коннекта.....	88
<b>Чуркин Г.М., Пинюгин Н.О.</b> Использование процессорного подхода при формировании критериев оценки свойств автоматизированной системы управления технологическим процессом.....	96

**ЭНЕРГЕТИКА**

<b>Печенегов Ю.Я.</b> Метод расчета теплообмена и сопротивления при течении в каналах турбулентных потоков газа разной атомности с переменными свойствами.....	103
<b>Рогинская Л.Э., Рахманова Ю.В., Воронин К.А.</b> Источник питания емкостного накопителя энергии.....	113

**ЮБИЛЕИ**

<b>К 70-летию профессора Б.К. Сивякова.....</b>	120
---	-----

## CONTENTS

### **MATHEMATICS AND MECHANICS**

<b>Korobko V.I., Chernyaev A.A.</b> Mathematical relationship between the physical, mechanical and geometrical characteristics relating the technical theory of plates .....	5
--	---

### **PHYSICS**

<b>Gestrin S.G., Kochelaevskaya K.V.</b> Wind instability in the gaseous subsystems of galactic discs .....	12
<b>Ivanov S.A., Kvyatkovskaya I.Yu.</b> Holt use model to predict the changes in temperature in the greenhouse.....	18
<b>Kolesnikov A.V.</b> Electroreduction of zinc in sodium sulfate solution .....	22
<b>Kolomeitsev V.A., Kovryakov P.V., Lukyanov M.A., Gumarov R.S.</b> The eigenvalue and structure of electromagnetic field of the rectangular resonator with a two-layer filling.....	28
<b>Pavlov A.N., Feizulin R.A.</b> Physical features of the impact Red blood cells in static magnetic fields In the presence of spatial gradient.....	39
<b>Romanchuk S.P., Klinaev Yu.V., Terin D.V., Korchagin S.A.</b> Mathematical modeling of anisotropic media properties .....	49
<b>Filippov B.I.</b> A posteriori reliability analysis of radioelectronic systems .....	52

### **ENGINEERING AND MACHINE-BUILDING**

<b>Erokhin V.V.</b> Engineering the surfaces of machine elements.....	63
<b>Kalekin V.V.</b> Improvement of refrigeration units for the sea and river vessels .....	68
<b>Metelitsa S.S.</b> Experimental data for the possibility of effective application of air cavities in jet powered catamarans .....	73
<b>Samoilova E.M., Vinogradov M.V., Ignatiev S.A., Dobryakov V.A.</b> To evaluate the relationship between the dynamic characteristics of internal grinding machine modules with the processing quality of bearing rings .....	79

### **INFORMATION TECHNOLOGIES**

<b>Aliluev S.V., Popov A.N., Porshnev V.A., Safronov V.V., Teterin D.P.</b> Electronic pneumohydrolic steering gear .....	83
<b>Lavrichenko O.V.</b> Developing fuzzy models to the intellectual support system for decision making using the theory of active connect.....	88
<b>Churkin G.M., Pinyugin N.O.</b> The processor approach for assessment criteria of automated control systems used in managing technological processes .....	97

### **POWER ENGINEERING**

<b>Pechenegov Yu.Ya.</b> A method for calculation of heat transfer and resistance in the channels of turbulent gas streams with various valence and variable properties .....	103
<b>Roginskaya L.E., Rakhmanova Yu.V., Voronin K.A.</b> Power supplies for capacitors.....	114

### **ANNIVERSARIES**

<b>On the 70th anniversary of Professor B.K. Sivyakov</b> .....	120
---	-----

# МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

УДК 539.3

**В.И. Коробко, А.А. Черняев**

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЗАИМОСВЯЗЬ НЕКОТОРЫХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАДАЧАХ ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИН

*На основе вариационного представления собственного значения дифференциального уравнения свободных колебаний мембраны и конформного представления внутренней ее области при отображении на единичный круг, а также математической аналогии задач колебаний, устойчивости и поперечного изгиба пластин и мембран установлена математическая взаимосвязь некоторых физико-механических характеристик напряженно-деформируемого состояния с конформными радиусами.*

Техническая теория пластин, устойчивость, свободные колебания, поперечный изгиб, пластины в виде круга, правильного многоугольника, треугольника и ромба, конформные радиусы

**V.I. Korobko, A.A. Chernyaev**

## MATHEMATICAL RELATIONSHIP BETWEEN THE PHYSICAL, MECHANICAL AND GEOMETRICAL CHARACTERISTICS RELATING THE TECHNICAL THEORY OF PLATES

*The paper identifies a mathematical relationship between the physical and mechanical characteristics of the stress-strain state with conformal radii on the basis of variation representation of the eigenvalue to the differential equation of free oscillations in the membrane and conformal representation of its inner side when displayed on the unit circle, as well as the mathematical analogy to the fluctuations, stability and transverse-bend of the plates and membranes.*

Technical plate theory, stability, free vibrations, cross-bending, round plate, regular polygonal, triangular and rhombus forms, conformal radiuses

### **Введение**

Все задачи технической теории пластинок сводятся к решению краевых задач для одного или нескольких дифференциальных уравнений с двумя переменными. Нахождение точных решений этих уравнений возможно лишь в ряде частных случаев, наиболее элементарных: круглая и кольцевая пластинки под осесимметричной нагрузкой; прямоугольная пластинка, две стороны которой шарнирно оперты, а две другие имеют произвольные граничные условия, эллиптическая пластинка, жестко защемленная по контуру, под равномерно распределенной нагрузкой и ряд других задач. Во всех остальных случаях используют приближенные методы.

Вариационные методы В. Ритца – С.П. Тимошенко, И.Г. Бубнова – Б.Г. Галеркина, Е. Треффца, Л.В. Канторовича – В.З. Власова и другие применимы в основном для пластинок в виде прямоугольника, правильного треугольника или в виде сектора. Они достаточно сложны и трудоемки и дают приближение к искомой функции с одной стороны.

Численные методы: метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ), метод последовательных аппроксимаций (МПА) и другие достаточно эффективны. Однако для обеспечения высокой точности решений, как правило, требуют из-

мельчения сетки, что вызывает необходимость привлечения мощных ЭВМ. При их использовании производится однократный расчет, при котором теряется физический смысл задачи, и отсутствует возможность отследить поведение искомого решения, при изменении геометрических параметров и формы пластинки.

Метод R-функций Рвачёва, методы коллокаций, метод компенсирующих нагрузок и другие в некоторых случаях являются более предпочтительными по сравнению с вариационными и численными. Однако они так же являются достаточно трудоемкими и во многих случаях неприменимы к задачам, связанным со сложными формами пластинок и комбинированными граничными условиями.

В тех случаях, когда необходимо оперативно получить оценку некоторой интегральной физико-механической характеристики (ФМХ) или не требуется высокая точность решения, что особенно актуально на начальной стадии проектирования, часто применяют геометрические методы. Такие методы позволяют избежать решения сложных дифференциальных уравнений, не требуют мощных ЭВМ и сводятся к геометрическому моделированию формы плоской области (пластинки). При этом выбирается, геометрическая характеристика формы области, выступающая в роли основного аргумента критерия, по которому оцениваются искомые решения. Среди геометрических методов следует отметить изопериметрический метод (ИЗПМ), примененный впервые всемирно известными математиками Г. Поля и Г. Сёге для решения некоторых задач математической физики [1], а для решения двумерных задач строительной механики и теории упругости – одним из авторов настоящей статьи [2]. Более перспективным является метод интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ) [3], разработанный профессором А.В. Коробко, являющийся логическим развитием ИЗПМ. В этих методах в качестве геометрического аргумента для определения интегральных ФМХ пластинок используется интегральная характеристика формы плоской области, названная одним из авторов термином «коэффициент формы». Подробнее с этой характеристикой ее изопериметрическими свойствами и закономерностями изменения при различных геометрических преобразованиях области можно познакомиться в работах [2, 3].

В настоящей статье для решения задач технической теории пластин предлагается использовать новые интегральные геометрические характеристики формы – внутренний и внешний конформные радиусы и их отношение.

Конформные радиусы как аргументы по отдельности широко используются при решении многих прикладных задач математической физики, гидро- и аэродинамики, магнитогидродинамики и др. [1, 4], а в технической теории пластин впервые было использовано в 1994 году как их отношение при исследовании задач устойчивости [5].

### Конформные радиусы

Конформные радиусы – это радиусы, получаемые при конформном отображении плоской области на внутренность и внешность круга [1, 4]. Формулы для нахождения внутреннего  $\dot{r}$  (здесь и далее подразумевается его максимальное значение) и внешнего  $\bar{r}$  конформных радиусов для ряда односвязных областей с выпуклым контуром имеют следующий вид [1, 6]:

– для круга радиуса  $a$  –

$$\dot{r} = a, \quad \bar{r} = a; \quad (1)$$

– для правильных  $n$ -угольников –

$$\dot{r} = \frac{\Gamma(1-1/n)}{2^{1-\frac{2}{n}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\right)} L, \quad \bar{r} = \frac{\Gamma(1+1/n)}{2^{1+\frac{2}{n}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)} L, \quad (2)$$

где  $n$  – число сторон;  $L$  – здесь и далее периметр;  $\Gamma(x)$  – здесь и далее  $\Gamma$ -функция (Гамма-функция);

– для произвольных треугольников с углами  $\pi\alpha$ ,  $\pi\beta$ ,  $\pi\gamma$  –

$$\dot{r} = 4\pi \cdot f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) \cdot \rho, \quad \bar{r} = A/\pi \dot{r}, \quad (3)$$

где  $f(x) = \frac{1}{\Gamma(x)} \left\{ \frac{x^x}{(1-x)^{1-x}} \right\}^{1/2}$ ;  $\rho$  – радиус описанного круга, где  $A$  – площадь;

– для равнобедренных треугольников с углами  $\alpha = \beta$  выражения (3) примут следующий вид:

$$\dot{r} = 4\pi \cdot f^2(\alpha) f(\gamma) \cdot \rho; \quad \bar{r} = \frac{\text{ctg } \alpha \cdot h^2}{\pi \dot{r}}, \quad (4)$$

где  $\alpha$  – равный угол при основании;  $h$  – высота;

– для прямоугольных треугольников ( $\alpha = \pi/2$ ) из выражения (3) следует

$$\bar{r} = \frac{\sin 2\alpha \cdot c^2}{4\pi \dot{r}}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  – угол при гипотенузе;  $c$  – гипотенуза;

– для ромбов с углом  $\pi\alpha$

$$\dot{r} = \frac{\pi^{1/2}}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} L, \quad \bar{r} = \frac{\pi^{1/2}}{8\Gamma\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} L; \quad (6)$$

– для эллипсов с полуосями  $a$  и  $b$  ( $a \geq b$ )

$$\dot{r} = \bar{r} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} q^{n(n+1)} \right\}^{-1} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2} \right\}^{-1}, \quad \bar{r} = \frac{a+b}{2}, \quad (7)$$

где  $q = (a-b)^2 / (a+b)^2$ ;

– для прямоугольников со сторонами  $a$  и  $b$  ( $a \geq b$ )

$$\dot{r} = \frac{2}{\pi} b \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2} \right)^{-2}, \quad \begin{cases} \frac{a}{\bar{r}} = \pi \cos^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((2k-1)!)^2}{2^{2k} (k+1)! k!} \cos^{2k} \alpha; \\ \frac{b}{\bar{r}} = \pi \sin^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((2k-1)!)^2}{2^{2k} (k+1)! k!} \sin^{2k} \alpha, \end{cases} \quad (8)$$

где  $q = e^{-\frac{\pi a}{b}}$ ,  $\alpha$  – аргумент комплексных чисел (точек окружности, образами которых при конформном отображении служат вершины прямоугольника);  $(-1)!! = 1$ .

Для круга, правильных  $n$ -угольников, треугольников и ромбов площадь  $A$  областей указанных форм можно представить через внутренний  $\dot{r}$  и внешний  $\bar{r}$  конформный радиусы

$$A = \pi \dot{r} \bar{r}. \quad (9)$$

Для правильных  $n$ -угольных и ромбических областей равенство (9) следует из выражений для  $\dot{r}$  и  $\bar{r}$  как данных, которые выводятся из формулы Э.Б. Кристоффеля – Г.А. Шварца, для треугольных установлено Х.Р. Хиги.

Далее будем рассматривать только эти области.

### Задачи технической теории пластин, решаемые геометрическими методами.

#### Их взаимосвязь

Рассматриваемые в работе задачи технической теории пластинок описываются дифференциальными уравнениями эллиптического типа четвертого порядка [7]:

– устойчивость пластин

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -q_0 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (10)$$

– свободные колебания пластин

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (11)$$

– поперечный изгиб пластин

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q, \quad (12)$$

где  $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$  – цилиндрическая жесткость пластины;  $E$  – модуль упругости материала первого рода;  $h$  – толщина пластины;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $q_0$  – интенсивность сжимающей нагрузки;  $m$  – масса единицы площади пластины;  $q$  – интенсивность поперечной нагрузки;  $w = w(x, y) = w_0 f(x, y)$  – функция прогибов.

Выражения (10)-(12) можно записать в сокращенном виде:

$$\begin{cases} D\Delta^2\Delta^2 w - q_0\Delta^2 w = 0, \\ D\Delta^2\Delta^2 w - \omega^2 m w = 0, \\ D\Delta^2\Delta^2 w - q = 0, \end{cases} \quad (13)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\omega$  – частота свободных колебаний пластины.

Из (13) видна математическая аналогия приведенных дифференциальных уравнений. Представим функцию прогибов в виде произведения максимального прогиба  $w_0$  на единичную функцию  $f(x, y)$ , удовлетворяющую условию  $1 \geq f(x, y) \geq 0$ :

$$w = w(x, y) = w_0 f(x, y). \quad (14)$$

Подставив (14) в дифференциальные уравнения (10)-(12) и проинтегрировав их по площади  $A$ , получим следующие выражения для определения соответствующих интегральных физико-механических характеристик (ФМХ) в рассматриваемых задачах [2, с. 231]:

$$\begin{cases} w_0 = \frac{qA}{D} / \iint \Delta^2 \Delta^2 f \, dA, \\ (\omega_0)^2 = \frac{D}{m} \iint \Delta^2 \Delta^2 f \, dA / \iint f \, dA, \\ q_{0,cr} = D \iint \Delta^2 \Delta^2 f \, dA / \iint \Delta^2 f \, dA, \end{cases} \quad (15)$$

где  $w_0$  – максимальный прогиб пластины;  $\omega_0$  – основная частота свободных колебаний;  $q_{0,cr}$  – критическое усилие при потере устойчивости.

### Математическая аналогия интегральных физико-механических характеристик пластин с конформными радиусами

В [1, с. 139] с помощью вариационного представления собственного значения дифференциального уравнения свободных колебаний мембраны

$$\lambda^2 = \omega_m^2 m / p, \quad (16)$$

где  $\omega_m$  – частота свободных колебаний мембраны;  $m$  – масса единицы площади мембраны;  $p$  – интенсивность равномерного растяжения мембраны и конформного представления внутренности ее области при отображении на единичный круг, получено следующее неравенство:



$$\lambda^2 \leq \frac{j^2}{|c_1|^2 + \gamma_2 |c_2|^2 + \gamma_3 |c_3|^2 + \dots}, \quad (17)$$

где  $j = 2,4048\dots$  – первый положительный корень бесселевой функции  $J_0(x)$ ;  $c_k$  – коэффициенты разложения в степенной ряд функции, осуществляющей взаимно однозначное конформное отображение области мембраны на единичный круг  $|\zeta| < 1$ ;

$$\omega = f(\zeta) = c_0 + c_1 \zeta + c_2 \zeta^2 + c_3 \zeta^3 + \dots; \quad (18)$$

$\gamma_k$  – отношение интегралов, вычисляемых через квадраты бесселевых функций:

$$\gamma_k = k^2 \int_0^1 [J_0(j\rho)]^2 \rho^{2k-1} d\rho \Big/ \int_0^1 [J_0(j\rho)]^2 \rho d\rho, \quad (19)$$

где  $\rho = t/r(\varphi)$  – переменная функция прогибов  $f = g(\rho)$  с линиями уровня, подобными контуру мембраны и подобно расположенными;  $t = r(\varphi)$  – полярное уравнение контура мембраны.

В выражении (17) равенство достигается для круглой мембраны. При  $k \rightarrow \infty$  параметр  $\lambda^2$  в этом выражении стремится к своему действительному значению. При этом скорость сходимости ряда в знаменателе существенно зависит от степени «правильности» (в смысле близости формы мембраны к круглой): чем «правильнее» форма мембраны, тем быстрее сходится этот ряд.

С учетом известной мембранной аналогии [5], согласно которой собственное значение дифференциального уравнения свободных колебаний мембраны  $\lambda^2$  с точностью до размерного множителя равно собственному значению дифференциального уравнения устойчивости пластины полигональной формы с шарнирно опертым контуром

$$\beta^2 = \omega^2 m/D, \quad (20)$$

от действия усилия равномерного всестороннего сжатия, форма которой совпадает с формой мембраны, неравенство (17) можно переписать применительно к задаче устойчивости пластин [5, с. 88]:

$$q_{0,кр} \leq \frac{j^2 D}{\dot{r}^2 \cdot \left(1 + \sum_1^k \gamma_k c_k^2\right)}, \quad (21)$$

где  $\dot{r}$  – внутренний конформный радиус области, равный модулю первого коэффициента разложения (18):  $\dot{r} = |c_1|$ .

Выражение (20) позволяет находить значения критического усилия шарнирно опертых полигональных пластин, равномерно сжатых по контуру, с высокой точностью при удержании большого числа членов в разложениях (18) (порядка 5...8).

Определение коэффициентов  $c_i$  является крайне сложным и трудоемким процессом, в особенности для пластин сложных форм [8], что существенно снижает эффективность использования выражения (20). Однако этот недостаток можно преодолеть.

Для круга, правильных  $n$ -угольных, треугольных и ромбических областей справедливо равенство (9). Преобразуя выражение (20) с учётом (9) [5, с. 96-97] для таких областей получим

$$q_{0,кр} \leq \frac{kD}{\dot{r}^2 \cdot \left(1 + \sum_1^k \gamma_k c_k^2\right)} = \frac{\bar{r}}{\dot{r}} \cdot \frac{\pi k}{\left(1 + \sum_1^k \gamma_k c_k^2\right)} \cdot \frac{D}{A}, \quad (22)$$

где  $k$  – некоторая числовая константа, обращающая это выражение в равенство для круглых пластин (в случае шарнирного опирания  $k = j^2 = 5,783$ , в случае жесткого защемления  $k = 14,79$ ).

Неравенство (22) дает асимптотически точные значения. Удерживая в разложении отображающей функции лишь первый член ряда и записав для удобства дальнейшего анализа отношение конформных радиусов в обратном виде, получаем менее строгое выражение [5, с. 97]:

$$q_{0,кр} \leq \pi k \left( \frac{\dot{r}}{\bar{r}} \right)^{-1} \cdot \frac{D}{A}. \quad (23)$$

Выражение (23) устанавливает следующую закономерность в задаче устойчивости равномерно сжатых по контуру пластин: отношение конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$ , подсчитанное для области, ограниченной контуром пластины, является единственным аргументом, определяющим верхнюю величину критического усилия при потере устойчивости (цилиндрическую жесткость  $D$  и площадь  $A$  считаем заданными). Эта закономерность позволяет, не решая дифференциального уравнения устойчивости пластины (10), а рассматривая лишь элементарную геометрическую задачу, связанную с анализом изменения отношения конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$ , оценивать и качественную, и количественную стороны рассматриваемой задачи.

Следует отметить, что выражение (23) является предпочтительнее выражения (21), поскольку в нём имеется безразмерный параметр  $\dot{r}/\bar{r}$ , в то время как в (21) имеется размерная величина  $\dot{r}$ . При использовании формулы (23) необходимо анализировать лишь форму пластины, а при использовании (21) требуется учитывать ещё и масштаб (размеры) пластины.

На основании математической аналогии (15) можно получить аналогичные выражения для двух других рассматриваемых задач:

$$\omega_0 \leq \pi k_1 \left( \frac{\dot{r}}{\bar{r}} \right)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{D/m}}{A}, \quad (24)$$

$$w_0 \leq \pi k_2 \left( \frac{\dot{r}}{\bar{r}} \right) \cdot \frac{qA^2}{D}, \quad (25)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – числовые константы, обращающие эти выражения в равенство, и сделать аналогичные выводы. В этих неравенствах при шарнирном опирании по контуру правильных  $n$ -угольных пластин ( $n \rightarrow \infty$ )  $k_1 = 5,783$ ,  $k_2 = 1,964$ ; при жестком защемлении круглых пластин  $k_1 = 10,21$ ,  $k_2 = 0,504$ .

### Заключение

Выражения (23)-(25) устанавливают следующие фундаментальные закономерности в задачах устойчивости, свободных колебаний и поперечного изгиба пластин. Отношение внутреннего к внешнему конформных радиусов, подсчитанных для областей, ограниченных их контуром, является единственным геометрическим аргументом, полностью характеризующим их форму и определяющим величины критического усилия, основной частоты колебаний и максимального прогиба (цилиндрическую жесткость, погонную массу и площадь считаем заданными или равными единице).

Эта закономерность позволяет, не решая дифференциальных уравнений (10)-(12), а рассматривая лишь элементарную геометрическую задачу, связанную с анализом изменения отношения конформных радиусов, оценивать и качественную, и количественную стороны соответствующих интегральных физико-механических характеристик.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Поля Г., Сега Г. Изопериметрические неравенства в математической физике. М.: КомКнига, 2006. 336 с.
2. Коробко В.И. Изопериметрический метод в строительной механике: Теоретические основы изопериметрического метода. М.: АСВ, 1997. 390 с.
3. Коробко А.В. Геометрическое моделирование формы области в двумерных задачах теории упругости. М.: АСВ, 1999. 320 с.
4. Иванов В.И., Попов В.Ю. Конформные отображения и их приложения. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 324 с.
5. Коробко В.И., Хусточкин А.Н. Изопериметрический метод в задачах устойчивости пластинок. Ростов-н/Д.: Северо-Кавказский научный центр высшей школы, 1994. 146 с.

6. Казанцев В.П., Золотов О.А., Долгополова М.В. Электростатика на плоскости. Нормировка потенциала. Емкости уединенного проводника и линии относительно точки. Конформные радиусы // Вестник Красноярского государственного университета. Физико-математические науки. 2005. № 1. С. 32-38.

7. Коробко В.И., Коробко А.В. Строительная механика пластинок: Техническая теория. М.: Спектр, 2010. 410 с.

8. Власов В.И., Пальцев А.Б. Аналитико-численный метод конформного отображения сложных областей // Доклады Академии наук. 2009. Т. 429. № 1. С. 12-14.

**Коробко Виктор Иванович** –  
доктор технических наук, профессор кафедры  
«Строительные конструкции и материалы»  
Орловского государственного университета

**Viktor I. Korobko** –  
Dr. Sc., Professor,  
Department of Building Structures and Materials,  
Orel State University

**Черняев Андрей Александрович** –  
доцент кафедры «Строительные конструкции  
и материалы» Орловского государственного  
университета

**Andrew A. Chernyaev**–  
Associate Professor,  
Department of Building Structures and Materials,  
Orel State University

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

## ФИЗИКА

УДК 519  
УДК 533.951

С.Г. Гестрин, К.В. Кочелаевская

### ВЕТРОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГАЗОВЫХ ПОДСИСТЕМ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ДИСКОВ

*Показано, что в присутствии достаточно сильного кольцевого магнитного поля, характерного для некоторых галактик, наличие даже слабой особенности на кривой вращения приводит к возможности существования локализованной поверхностной моды, необходимой для развития ветровой неустойчивости. Эта особенность представляет собой скачок второй производной от угловой скорости. Также существенно, чтобы магнитное поле возрастало или убывало медленнее, чем  $1/r$ , с удалением от галактического центра. В этом случае возникает спиральная структура с числом рукавов, зависящим от отношения между скоростью вращения возле особенности и альфвеновской скоростью в диске.*

Ветровая неустойчивость, спиральная структура, особенность кривой вращения, локализованные поверхностные волны

S.G. Gestrin, K.V. Kochelaevskaya

### WIND INSTABILITY IN THE GASEOUS SUBSYSTEMS OF GALACTIC DISCS

*It is shown that under the presence of sufficiently strong circular magnetic field typical for some galaxies very, including the weak peculiarity on the rotation curve results in the existence of the localized surface mode required for the development of wind instability. This peculiarity is derived from the angular velocity. It is also necessary that the magnetic field grow or decrease slower than  $1/r$  with the distance from the galactic center. In this case, the spiral structure arises with the number of arms being defined by the ratio between the rotation velocity around the peculiarity area and the Alfvén speed in the disc.*

Wind instability, spiral structure, peculiarity on the rotation curve, localized surface mode

Ранее в ряде работ [1-3] была рассмотрена ветровая неустойчивость (ВН), которая может быть ответственна за возникновение спиральной структуры в газовых подсистемах галактик. В настоящей работе показано, что при достаточно сильном кольцевом магнитном поле, характерном для некоторых галактик [4, 5], для развития ВН требуется наличие лишь весьма слабой особенности на кривой вращения, которая обеспечивает существование локализованной моды. Такой особенностью является скачок второй производной от угловой скорости. Необходимо также, чтобы вблизи области вращения, где скорость вращения галактического диска совпадает с фазовой скоростью спиральной волны, магнитное поле росло с удалением от центра галактики или спадало медленнее, чем  $1/r$ . При этом возникает спиральная структура с числом рукавов, определяемым отношением скорости вращения диска вблизи особенности к альфвеновской скорости в диске.

Для ряда галактик характерно наличие кольцевого [4] магнитного поля. Покажем, что, создавая дополнительную упругость газового диска, магнитное поле существенно влияет на его спиральную структуру, которая, как было показано в [5], в достаточно богатых газом галактиках может представлять собой волны плотности, распространяющиеся в межзвездном газе и нарастающие вследствие гидродинамических неустойчивостей.

Магнитное поле в галактических дисках генерируется, например, благодаря действию механизма магнитного динамо, приводящего к созданию структур с преобладанием азимутальной компоненты поля. Мы примем простейшую модель чисто кольцевого магнитного поля, которая широко использовалась в литературе [4, 5].

В настоящей работе в качестве причины возникновения спирального узора рассмотрена ВН, возникающая благодаря резонансу между поверхностями волнами на особенности кривой вращения  $\Omega(r)$  и вихрями, локализованными вблизи радиуса коротации  $R_c$ , где скорость вращения диска совпадает с фазовой скоростью спиральной волны. Показано, что при  $H_\phi \neq 0$  для существования поверхностной волны и развития ВН достаточно лишь наличия скачка второй производной от угловой скорости (рис. 1), в то время как в отсутствие поля поверхностные волны и связанные с ними гидродинамические неустойчивости возникают на скачке либо на изломе угловой скорости  $\Omega(r)$ . Показано также, что при наличии кольцевого магнитного поля ВН существует при любой скорости спадания  $\Omega(r)$  во внешней части диска, в то время как в отсутствие поля требовался достаточно быстрый спад вблизи коротационного резонанса (если  $\Omega(r) \approx r^{-\mu}$ , то  $\mu > 2$ ).

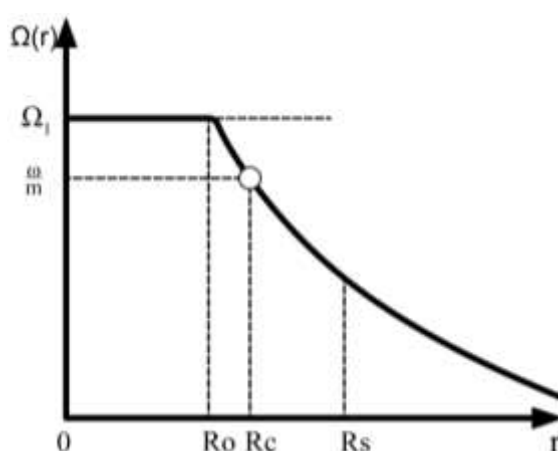


Рис. 1. Пример кривой вращения со скачком  $\Omega''(r)$ :  
 $R_0$  – радиус скачка;  $R_c$  – коротационный радиус;  $R_s$  – точка ВКБ поворота уравнения (1)

Газовый диск галактик, находящийся в азимутальном магнитном поле  $H_\phi(r)$ , будем описывать при помощи системы магнитогидродинамических уравнений:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{1}{4\pi\rho} [\text{rot } \vec{H}, \vec{H}] - \vec{\nabla} \psi_{zg};$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{v}, \vec{H}]; \quad \text{div } \vec{H} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{v} = 0.$$
(1)

Здесь  $\vec{v}$ ,  $\rho$ ,  $p$  – соответственно скорость, плотность газовой подсистемы и давление;  $\psi_{zg}$  – гравитационный потенциал, создаваемый звездной подсистемой. В силу малости массы газовой подсистемы диска по сравнению с массой звездной подсистемы в (1) мы пренебрегли гравитационным потенциалом  $\psi_{газ}$  по сравнению с  $\psi_{zg}$ .

Усредним систему (1) по  $z$  на типичной толщине диска  $l$  и линеаризуем ее для возмущения вида  $\exp i(m\phi - \omega t)$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$  – азимутальное число. Полагая в дальнейшем, что волны, распространяющиеся в газовой подсистеме, в силу ее малой массы не влияют на звездную подсистему диска, будем пренебрегать возмущениями гравитационного потенциала  $\psi_{zg}$ . Считая также для простоты газодинамическое давление много меньшим, чем давление магнитного поля, получим

$$i\omega^* v_r + 2\Omega v_\varphi = \frac{1}{4\pi\rho_0} \frac{H_\varphi}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (rh_\varphi) - imh_r + h_\varphi \frac{1}{H_\varphi} \frac{\partial}{\partial t} (rH_\varphi) \right] - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H_{\varphi 0}^2}{8\pi} \cdot r^2 \right), \quad (2)$$

$$i\omega^* v_\varphi - \frac{\chi^2}{2\Omega} v_r = -\frac{1}{4\pi\rho_0} \frac{h_r}{r} \frac{\partial}{\partial t} (r \cdot H_\varphi), \quad (3)$$

$$i\omega^* \rho r = \rho_0 \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot v_r) + im\rho_0 v_\varphi, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (rh_r) + imh_\varphi = 0, \quad (5)$$

$$h_r = -\frac{mH_\varphi}{\omega^* r} v_r, \quad (6)$$

где  $\omega^* = \omega - m\Omega$  – частота возмущений в системе координат, вращающейся с угловой скоростью  $m\omega$ ,  $\chi^2 = 2\Omega(2\Omega + r\omega')$  – квадрат локальной эпициклической частоты;  $\rho_0, H_\varphi$  – невозмущенные, усредненные по толщине диска  $l$  значения плотности и магнитного поля  $\left( H_0 = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} H(z) dz \right)$ ;  $\Omega$  –

угловая скорость вращения;  $h_r, h_\varphi, v_r, v_\varphi$  – возмущения магнитного поля и скорости.

Исключая из уравнений (2), (3) и (4)  $v_\varphi$  и  $\rho$ , находим

$$i\omega^* v_r - \frac{i}{\omega^*} \chi^2 v_r + \frac{i}{4\pi\rho_0} \frac{2\Omega}{\omega^*} \frac{h_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot H_\varphi) = \frac{H_\varphi}{4\pi\rho_0} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot h_\varphi) - imh_r + \frac{h_\varphi}{H_\varphi} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi) \right] - \frac{i}{\omega^* \rho_0 r^3} \times \times \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H_{\varphi 0}^2}{8\pi} r^2 \right) \left[ \frac{m}{4\pi\rho_0} \frac{1}{\omega^*} \frac{h_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi) - \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) - \frac{m}{\omega^*} \frac{\chi^2}{2\Omega} v_r \right]. \quad (7)$$

Исключая далее из (7) с помощью (5) и (6)  $h_\varphi$  и  $v_r$ , получаем уравнение для радиальной компоненты возмущения магнитного поля, которое наиболее удобно для следующего анализа:

$$(rh_r)'' + \frac{1}{r} (rh_r)' - (rh_r) \times \left\{ \frac{4m\Omega}{\omega^*} \frac{1}{r^2} \frac{1}{H_\varphi} (rH_\varphi)' + \left( \frac{mv_A}{r\omega^*} \right)^2 \frac{1}{r^2} \left[ \frac{(rH_\varphi)'}{H_\varphi} \right]^2 + \frac{2}{r^2} \frac{(rH_\varphi)'}{H_\varphi} - \frac{1}{r^2} \left[ \frac{(rH_\varphi)'}{H_\varphi} \right]^2 + \frac{\chi^2 - \omega^{*2}}{v_A^2} + \frac{m^2}{r^2} \right\} = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) является магнитогидродинамическим аналогом уравнений Рэлея [6].

Поскольку для большинства галактик выполняется условие  $\Omega R_0 \gg v_A$ , (8) можно приближенно записать в виде

$$(rh_r)'' + \frac{1}{r} (rh_r)' - (rh_r) \left[ \frac{4\Omega m}{\omega^* + i\delta} \frac{1}{r^2} \frac{1}{H_\varphi} (rH_\varphi)' + \frac{\chi^2 - \omega^{*2}}{v_A^2} + \frac{m^2}{r^2} \right] = 0. \quad (8a)$$

Первое слагаемое в коэффициенте при  $rh_r$  содержит полюсную особенность, отвечающую резонансу поверхностных волн, локализованных на особенности кривой вращения с вихревыми возму-

щениями на коротационном радиусе  $R_c$ , сносимыми со скоростью вращения диска  $\omega(R_c)$ . Такой вид условия резонанса ( $\omega = m \Omega(R_c)$ ) полностью связан с рассматриваемым предельным случаем ( $C_{звук} = 0$ ) и наличием только волн, бегущих по окружности диска. Отсутствие в (8) полюсов, связанных с резонансом поверхностных волн с возмущениями, движущимися относительно вращающегося диска, аналогичными альфвеновской и быстрой магнитозвуковой волне, объясняется взаимной компенсацией соответствующих резонансных слагаемых в рассматриваемом предельном случае, что легко видеть на примере соответствующего уравнения Рэлея в плоской геометрии [4].

В (8)  $\delta \rightarrow +0$  – добавка, задающая правило обхода особой точки, штрих означает дифференцирование по  $r$ .

Из (5) и (6) следует связь между возмущениями магнитного давления  $p_H = H_\phi h_\phi / 4\pi$  и радиальным возмущением скорости  $v_r$ :

$$p_H = -i\rho_0 v_A^2 \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \frac{v_r}{\omega^*}. \quad (9)$$

Отсюда, используя тот факт, что  $v_r = -i\omega^* \xi$  (где  $\xi$  – смещение границы (см. рис. 1), соответствующей в интересующем нас случае скачку кривизны кривой вращения), находим связь между  $p_H$  и  $\xi$ :

$$p_H = -\rho_0 v_A^2 \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0} \xi. \quad (10)$$

Из непрерывности  $p_H$  на скачке  $\Omega''(r)$  (приложение) с помощью (10) находим граничное условие, подставляя в которое решение уравнения (8), получим дисперсионное соотношение

$$\frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0-0} = \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0+0}. \quad (11)$$

Найти решение (8) в общем случае произвольной кривой вращения и магнитного поля  $H_\phi(r)$ , разумеется, не представляется возможным. Однако, так как нас будет интересовать малый инкремент возникающей вследствие резонанса неустойчивости, нам достаточно будет определить

$\text{Im} \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0+0}$  с помощью приема, восходящего к работе Майлса, после чего поле можно будет вы-

числить, ограничившись ВКБ приближением. Величины, входящие в (11), должны определяться из уравнения (8а), откуда в ВКБ приближении при достаточно малых  $v_A$  получаем

$$\begin{aligned} rh_r &\propto \alpha_1^{-1/2} \exp\left(\int_{R_0}^r \alpha_1 dr\right), \quad (r < R_0), \\ rh_r &\propto \alpha_2^{-1/2} \exp\left(-\int_{R_0}^r \alpha_2 dr\right), \quad (r > R_0), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\alpha_{1,2}^2(r) \approx \frac{\chi_{1,2}^2 - \omega^{*2}}{v_{A1,2}^2} + \frac{m^2}{r^2} \quad (13)$$

представляют собой поперечные волновые числа, индексы 1, 2 относятся соответственно к областям  $r < R_0$  и  $r > R_0$ .

Из (8а) может быть определена также  $\text{Im} \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0+0}$ , возникающая в результате обхода полюса.

Для этого построим уравнение, сопряженное к (8а):

$$Z'' - \left(\frac{1}{r}Z\right)' - Z \left[ \frac{4\Omega m}{\omega^* - i\delta} \frac{1}{r^2} \frac{1}{H_\phi} (rH_\phi)' + \frac{\chi^2 - \omega^{*2}}{v_A^2} - \frac{m^2}{r^2} \right] = 0. \quad (14)$$

Поступая далее аналогично работе Майлса, находим

$$\text{Im} \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0+0} = 4\pi \frac{\Omega(R_c)}{|\Omega'(R_c)|} \frac{1}{R_c R_0} \frac{(rH_\phi)'}{H_\phi(R_c)} \frac{h_r(R_c)Z(R_c)}{h_r(R_0)Z(R_0)}. \quad (15)$$

Подставляя (12) в (11), представим дисперсионное уравнение в виде

$$\alpha_0^3 = \frac{1}{4} \frac{\Omega_0 R_0}{v_{A0}^2} (\Omega_1'' - \Omega_2'') + \frac{i}{2} \alpha_0^2 \text{Im} \frac{(rh_r)'}{(rh_r)} \Big|_{R_0+0}. \quad (16)$$

Здесь  $\alpha_0 \equiv \alpha_1(R_0 - 0) = \alpha_2(R_0 + 0)$ ;  $v_{A0} \equiv v_A(R)$ ;  $\Omega_0 \equiv \Omega(R_0)$ .

Из (16) находим выражения для частоты и инкремента поверхностных волн на скачке  $\Omega''(r)$ :

$$\omega \approx m\Omega_0 - \sqrt{\chi_0^2 + \frac{m^2}{R_0^2} v_{A0}^2 - v_{A0}^2 \left( \frac{1}{4} \frac{\Omega_0 R_0}{v_{A0}^2} (\Omega_1'' - \Omega_2'') \right)^{2/3}}, \quad (17)$$

$$\gamma \approx \frac{2\pi}{3} v_{A0}^2 v_A(R_c) \left( \frac{1}{4} \frac{\Omega_0 R_0}{v_{A0}^2} (\Omega_1'' - \Omega_2'') \right)^{2/3} \frac{\Omega(R_c)}{|\Omega'(R_c)|} \frac{1}{R_c^2} \frac{(rH_\phi)'}{H_\phi(R_c)} \left( \chi_0^2 + \frac{m^2}{R_0^2} v_{A0}^2 \right)^{-1/2} * \left( \chi^2(R_c) + \frac{m^2}{R_c^2} v_A^2(R_c) \right)^{-1/2} \exp \left( -2 \int_{R_0}^{R_c} \sqrt{\frac{\chi^2(r) - (\omega - m\Omega(r))^2}{v_A^2(r)} + \frac{m^2}{r^2}} dr \right). \quad (18)$$

Неустойчивости соответствует  $\gamma > 0$ . Отсюда видно, что при  $H_\phi \neq 0$  ВН развивается при растущем или спадающем поле медленнее, чем  $1/r$  при магнитном поле в области коротационного резонанса и при сколь угодно медленном убывании  $\Omega(r)$  для  $r > R_0$ .

Номер наиболее быстро растущей моды  $m_{\max}$  определяется максимумом инкремента  $\gamma$  по  $m$ . Моды с  $m = 0$  и  $m = 1$  ВН не раскачиваются (при  $m = 0$  в (8) выпадает резонансное слагаемое, а при  $m = 1$ , как видно из (7), не может быть реализовано условие резонанса).

При  $m \geq \chi_0 R_0 / v_{A0}$  инкремент убывает с ростом  $m$

$$\left( \gamma \propto \left( \chi_0^2 + \frac{m^2}{R_0^2} v_{A0}^2 \right)^{-1/2} \left( \chi^2(R_c) + \frac{m^2}{R_0^2} v_A^2(R_c) \right)^{-1/2} \right).$$

Таким образом, точное значение  $m_{\max}$  зависит, как видно из (18), от функциональных зависимостей  $\Omega(r)$  и  $v_A(r)$  и должно определяться численно. Отсюда следует, что при  $v_A \approx 3 \div 4 C_{\text{звук}}$  (что необходимо для выполнения условия  $\rho_0 C_{\text{звук}}^2 \ll \rho_0 v_A^2$ , использованного в данной работе) и типичных для галактик числах Маха  $\left( \frac{\Omega_0 R_0}{C_{\text{звук}}} \leq 10 \right)$  ВН приводит к преимущественному нарастанию мод с небольшими  $m$  ( $m < 6 \div 7$ ).



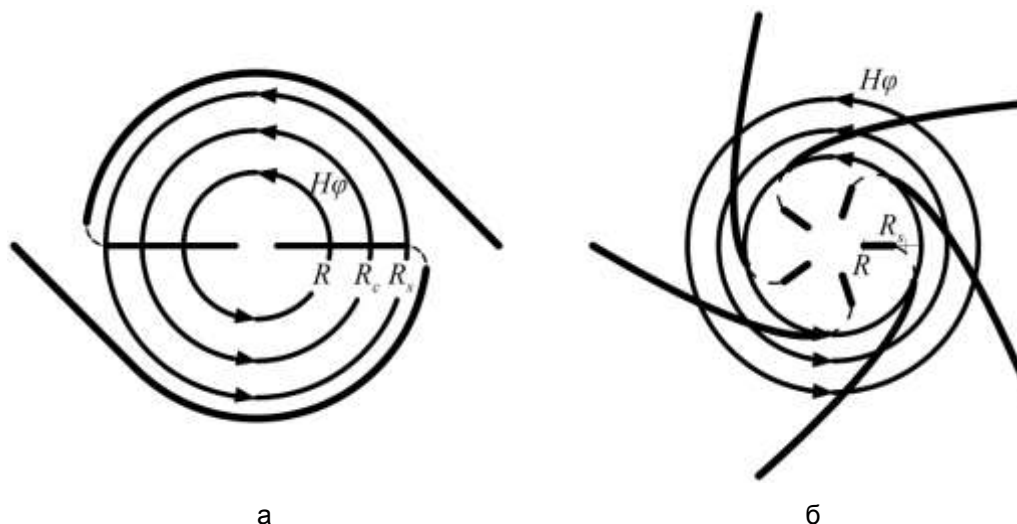


Рис. 2. Спиральный узор, возникающий при развитии ВН в кольцевом магнитном поле (линии проведены вдоль максимума волны плотности): а – волна с  $m = 2$ , образующая спиральную структуру с баром; б – волна с  $m = 5$

Особый интерес представляет случай  $m = 2$ , при котором возмущение плотности  $\rho$  межзвездного газа имеет вид бара, переходящего в туго закрученную спираль (рис. 2 а) в точке ВКБ поворота  $R_s$  уравнения (8а):

$$\rho \propto \exp(i2\varphi) \exp \left\{ \int_{R_0}^r \sqrt{\frac{\chi^2(r) - (\omega - 2\Omega(r))^2}{v_A^2(r)} + \frac{4}{r^2}} dr \right\}, \quad (r < R_0),$$

$$\rho \propto \exp(i2\varphi) \exp \left\{ - \int_{R_0}^r \sqrt{\frac{\chi^2(r) - (\omega - 2\Omega(r))^2}{v_A^2(r)} + \frac{4}{r^2}} dr \right\}, \quad (R_0 < r < R_s),$$

$$\rho \propto \exp \left[ i2 \left( \varphi + \frac{\omega r}{v_A(r)} \right) \right] \exp \left( - \frac{\gamma r}{v_A(r)} \right), \quad (r > R_s). \quad (19)$$

Как видно из (12), вблизи  $r = 0$  основную роль в  $\alpha_1^2(r)$  играет слагаемое  $m^2/R^2$ , которое определяет скорость убывания амплитуды волны с приближением к центру галактики. Чем больше  $m$ , тем быстрее спадает амплитуда. Следовательно, волны с  $m \geq 3$  могут убывать с удалением от  $R_0$ , не доходя до ядра галактики и образуя  $m$ -рукавный спиральный узор (рис. 2 б), характерный для некоторых галактик, в которых спиральная структура вблизи от ядра отсутствует (NGC 309).

Таким образом, в работе показано, что при наличии достаточно сильного кольцевого магнитного поля, характерного для ряда галактик, для развития ВН требуется лишь наличие слабой особенности (скачка  $\Omega''(r)$ ) на кривой вращения. Необходимо также, чтобы вблизи коротационного радиуса напряженность магнитного поля росла с удалением от центра галактики или спадала медленнее, чем  $1/r$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гестрин С.Г., Горбатенко Б.Б., Межоннова А.С. Резонансное взаимодействие сдвигового магнитогидродинамического течения с колебаниями тонкой пластины // Известия вузов. Физика. 2015. № 5. С. 29-34.
2. Гестрин С.Г., Сальников А.Н., Сергеева Е.К. Резонансное взаимодействие упругих колебаний тонкого стержня со сдвиговым течением мелкой воды // Известия вузов. Физика. 2010. Т. 53. № 1. С. 28-33.

3. Гестрин С.Г., Сергеева Е.К. Ветровая неустойчивость и резонансное взаимодействие упругих колебаний тонкой пластинки со сверхзвуковым газодинамическим потоком // Известия вузов. Физика. 2011. Т. 54. № 3. С. 89-94.

4. Sofue X., Takano T. The configuration of magnetic fields in the spiral galaxies M31 and M33 // Publ. Astron. Soc. Japan. 1981. № 33. P. 47-55.

5. Roberts W.W., Yuan C. Application of the density-wave theory to the spiral structure of the Milky way system III: Large-scale hydromagnetic shock formation // Astrophys. J. 1970. № 161. P. 877-902.

6. Гестрин С.Г., Сергеева Е.К. Численный метод исследования дифференциального уравнения Рэлея // Вестник СГТУ. 2011. Т. 4. № 2с. С. 77-80.

**Гестрин Сергей Геннадьевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Физика» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А., профессор кафедры «Инженерная физика, электрооборудование и электротехнологии» Саратовского государственного аграрного университета имени Н.И. Вавилова

**Sergey G. Gestrin** – Dr. Sc.; Professor  
Department of Physics,  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Professor  
Department of Engineering Physics, Electrics and Electrotechnology,  
N.I. Vavilov Saratov State Agrarian University

**Кочелаевская Кристина Владимировна** – кандидат философских наук, доцент кафедры «Инженерная физика, электрооборудование и электротехнологии» Саратовского государственного аграрного университета имени Н.И. Вавилова

**Kristina V. Kochelaevskaya** – Ph.D., Associate Professor,  
Department of Engineering Physics, Electrics and Electrotechnology,  
N.I. Vavilov Saratov State Agrarian University

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 631.171:004.946

**С.А. Иванов, И.Ю. Квятковская**

### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ ХОЛЬТА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА В ЗАКРЫТОМ ГРУНТЕ**

*Рассматривается использование модели Хольта для прогнозирования изменения температуры в закрытом грунте. Полученный прогноз может использоваться в системе управляющих коэффициентов, регулирующих включение разного вида отопления в теплице. Исследованы модели Хольта и Хольта – Винтерса и определена оптимальная модель для прогнозирования изменения температурного режима.*

Модель Хольта, система управляющих коэффициентов, комбинированное отопление

**S.A. Ivanov, I.Yu. Kvyatkovskaya**

### **HOLT USE MODEL TO PREDICT THE CHANGES IN TEMPERATURE IN THE GREENHOUSE**

*This article describes how to use the model to predict Holt temperature changes indoors. The resulting forecast can be used in the system of control factors governing the inclusion of a*

*different type of heating in the greenhouse. Abstract model Holt and Holt-Winters and determined the optimal model to predict changes in temperature.*

Model Holt, the system of control factors, combined heating

### Введение

Современные технологии выращивания овощей, рассады, цветов требуют непрерывного поддержания определённого микроклимата в системах закрытого грунта – автоматизированных теплицах. Любая автоматизированная теплица представляет собой объект управления температурно-влажностным режимом, сложность работы с которым заключается в нестабильности параметров:

1. Температура воздуха.
2. Относительная влажность.
3. Температура почвы.
4. Концентрации углекислого газа ( $\text{CO}_2$ ).
5. Интенсивность освещения.

При рассмотрении вопроса поддержания наиболее оптимального микроклимата в теплице для успешного генеративного развития растений важным параметром является обеспечение определенной температуры воздуха и почвы.

Для управления системой комбинированного отопления необходимо использовать систему управляющих коэффициентов. Эти коэффициенты зависят от статических данных – количества тепла, выделяемого системой освещения, вентиляции и так далее. Но основной изменяющийся во времени параметр, влияющий на работу комбинированной системы отопления, – температура снаружи теплицы.

### 1. Исследование моделей прогнозирования изменения управляющих коэффициентов

При разработке методики расчета управляющих коэффициентов необходимо спрогнозировать изменения температуры на период разогрева систем газового или водяного отопления. В подобранной системе датчиков измерения температуры [1] погрешность измерения температуры составляет  $2^\circ\text{C}$  при диапазоне измерения  $0-50^\circ\text{C}$ . Частота сканирования указанного датчика 1 раз/с. Вычисление корректирующих систему коэффициентов в среднем должно происходить раз в минуту. То есть за это время датчик может снять 60 значений температуры внутри теплицы и за её пределами.

Перед включением одного из видов отопления необходимо составить прогноз на период времени  $T$ , в течение которого оборудование перейдет в фазу полноценной работы. Такой прогноз необходим для минимизации затрачиваемых ресурсов, так как в некоторых случаях для увеличения температуры в определенном диапазоне экономически выгодно использовать менее мощную систему газового отопления.

Общий вид прогнозного уравнения имеет следующий вид [2]:

$$y(t) = A_0 + A_1 * t, \quad (1)$$

где  $A_0$  и  $A_1$  – текущие оценки коэффициентов адаптивного полинома первого порядка.

Рассмотрим двухпараметрическую модель Хольта, оценка параметров которой представлена следующим образом [2]:

$$A_0(t) = \alpha * y(t) + (1 - \alpha) * (A_0 + A_1) \quad (2)$$

$$A_1(t) = \beta * (A_0 - A_1) + (1 - \alpha) * A_1,$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры экспоненциального сглаживания и параметры адаптации, причем  $0 < \alpha, \beta < 1$ . Текущие оценки коэффициентов адаптивного полинома первого порядка могут быть также представлены в виде

$$A_0(t) = A_0(t - 1) + A_1(t - 1) * k + \alpha * \varepsilon(t) \quad (3)$$

$$A_1(t) = A_1(t - 1) + \alpha * \beta * \varepsilon(t)$$

где  $\varepsilon(t) = y(t) - y_{расч}(t)$  – ошибка прогноза (ряд остатков).

Для решения проблемы изменения температуры и предсказания значения к моменту начала полноценной работы системы обогрева необходимо использовать модель Хольта – усовершенствованную модель экспоненциального сглаживания с добавленным в неё трендом. Метод Хольта используется для прогнозирования временных рядов, когда есть тенденции к росту и падению значений временного ряда, а также для рядов, когда есть данные за неполный цикл [3].

Необходимо отметить также усовершенствованную модель Хольта – Винтерса, которая включает параметр сезонности, который позволяет прогнозировать значения, к примеру, по месяцам за весь год. Модель Хольта – Винтерса имеет следующий вид:

$$Y_p(t+k) = [a(t) + k * b(t)] * F(t+k-L), \quad (4)$$

где  $k$  – период упреждения;  $Y_p(t)$  – расчетное значение показателя для  $t$ -го периода;  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $F(t)$  – коэффициенты модели;  $L$  – период сезонности (к примеру, для квартальных данных  $L = 4$ , для ежемесячных  $L = 12$  и т.д.).

Значение  $F(t+k-L)$  является значением коэффициента сезонности того периода, для которого рассчитывается показатель. Очевидно, что для малых значений  $t$  аргумент функций  $F$  будет отрицательным.

Уточнение коэффициентов модели проводится по формулам:

$$a(t) = \alpha_1 \frac{Y(t)}{F(t-L)} + (1 - \alpha_1)[a(t-1) + b(t-1)], \quad (5)$$

$$b(t) = \alpha_3[a(t) - a(t-1)] + (1 - \alpha_3)b(t-1), \quad (6)$$

$$F(t) = \alpha_2 \frac{Y(t)}{a(t)} + (1 - \alpha_2)F(t-L). \quad (7)$$

В случае прогнозирования изменения температуры нет необходимости учитывать фактор сезонности, поэтому модель Хольта – Винтерса включает излишние параметры для решения рассматриваемой задачи. Для прогнозирования изменения температуры достаточно использовать модель Хольта.

## 2. Разработка модели прогноза

Метод Хольта включает следующие этапы:

1. Расчет экспоненциально-сглаженного ряда.
2. Определение значения тренда.
3. Прогнозирование.

Расчет экспоненциально-сглаженного ряда происходит по формуле

$$L_t = k * Y_t + (1 - k) * (L_{t-1} - T_{t-1}), \quad (8)$$

где  $L_t$  – сглаженная величина на текущий период;  $k$  – коэффициент сглаживания ряда;  $Y_t$  – текущее значение ряда;  $L_{t-1}$  – сглаженная величина за предыдущий период;  $T_{t-1}$  – значение тренда за предыдущий период.

Значение тренда определяется по формуле

$$T_t = b * (L_t - L_{t-1}) + (1 - b) * T_{t-1}, \quad (9)$$

где  $T_t$  – значение тренда на текущий период;  $b$  – коэффициент сглаживания тренда;  $L_t$  – экспоненциально сглаженная величина за текущий период;  $L_{t-1}$  – экспоненциально сглаженная величина за предыдущий период;  $T_{t-1}$  – значение тренда за предыдущий период.

Прогноз на некоторое количество  $p$  периодов времени равен

$$Y_{t+p} = L_t + p * T_t, \quad (10)$$

где  $Y_{t+p}$  – прогноз по методу Хольта на  $p$  период;  $L_t$  – экспоненциально сглаженная величина за последний период;  $p$  – порядковый номер периода, на который делается прогноз;  $T_t$  – тренд за последний период.

Итоговый вариант модели Хольта выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} L_t = k * Y_t + (1 - k) * (L_{t-1} - T_{t-1}) \\ T_t = b * (L_t - L_{t-1}) + (1 - b) * T_{t-1} \\ Y_{t+p} = L_t + p * T_t \end{cases} \quad (11)$$

### 3. Пример расчета прогноза

Проведем эксперимент по составленной модели Хольта для прогнозирования изменения температуры. Возьмем ряд значений, собранных за 10 секунд:

Время, с	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °С	24	24,5	24,7	24,8	25	25,6	25,9	26,2	26,8	27,5

Коэффициент сглаживания ряда примем как  $k = 0,5$ .

Значение тренда для первого периода  $T_1 = 0$ .

Коэффициент сглаживания тренда примем как  $b = 0,5$ .

Составим прогноз значений температуры на следующие 10 секунд:

Время, с	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °С	27,9	28,7	29,4	29,9	30,3	30,8	31,6	32,0	32,6	33,2

Полученные данные иллюстрируют изменение температуры в закрытом грунте. Также есть возможность учитывать ошибку прогноза для более точного управления системой комбинированного отопления.

Исходя из расчетов, можно сделать вывод, что использование прогнозирования по методу Хольта в системе управления комбинированным отоплением ведет к минимизации затрачиваемых ресурсов.

При разработке модели управления процессом отопления необходимо ввести параметры времени полноценного нагрева до нужной температуры водяной или газовой системы обогрева и, исходя из прогнозирования изменения температурного ряда, включать первый или второй вид отопления [4].

#### Введение

Использование модели Хольта для прогнозирования изменения температуры в закрытом грунте необходимо для разработки системы управления комбинированным отоплением. Прогнозирование температуры позволяет определить эффективность использования водяного или газового отопления ввиду разного времени, необходимого для полноценной работы системы обогрева. Учет погрешности прогнозирования и прогнозирования в целом на небольшой период времени позволяет повысить энергоэффективность автоматизированной теплицы. Также для более точного прогноза в промышленных теплицах необходимо использовать ряд датчиков для более точного определения температуры в закрытом грунте.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов С.А., Чишиев Э.Р. Автономная система полного цикла поддержки роста и развития растений в тепличных условиях // Устойчивое развитие: наука и практика: международный электронный журнал. 2014. Вып. 2 (13). С. 158-163.
2. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие. М.: Статистика, 2003. 416 с.
3. Умеров А.Н., Шуршев В.Ф. Методы и программные средства аппроксимации экспериментальных данных // Вестник АГТУ. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2005. № 1. С. 97-104.
4. Светульников И.С. Методы социально-экономического прогнозирования. Т. 1. Теория и методология. М.: Юрайт, 2015. С. 30. 351 с.

**Иванов Сергей Александрович** – аспирант кафедры «Автоматизированные системы обработки информации и управления» Астраханского государственного технического университета

**Sergey A. Ivanov** – postgraduate student of the Department Automated Systems of Information Processing and Management Astrakhan State Technical University

**Квятковская Ирина Юрьевна** –  
доктор технических наук, профессор  
Астраханского государственного  
технического университета, директор  
Института информационных технологий  
и коммуникаций

**Irina Yu. Kvyatkovskaya** –  
Dr. Sc., Professor,  
Astrakhan State Technical University,  
Director of the Institute of Information  
Technologies and Communications

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 541.138

**А.В. Колесников**

### **ЭЛЕКТРОВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИНКА В ПРИСУТСТВИИ СУЛЬФАТА НАТРИЯ**

*Изучен процесс электровосстановления цинка из водных растворов в присутствии сульфата натрия (0,5 моль/л) при мольном соотношении цинка к сульфатам  $1 \div 5$  к 100 в широкой области потенциалов. Показано, что сульфат натрия тормозит процесс разряда цинка при катодных потенциалах выше  $-950-1000$  мВ (СВЭ). Экспериментальные данные и термодинамические расчеты свидетельствуют о восстановлении сульфатов до сульфитов при катодном восстановлении цинка в водных нейтральных растворах.*

Электровосстановление, потенциал, ток, цинк, поляризация, электролит, ток обмена, скорость диффузии, сульфаты, натрий

**A.V. Kolesnikov**

### **ELECTROREDUCTION OF ZINC IN SODIUM SULFATE SOLUTION**

*The process of zinc electroreduction from aqueous solutions is studied in the presence of sodium sulfate (0,5 mol/l) at the molar ratio of zinc sulphate  $1 \div 5$  to 100 in a wide area of potentials. It is shown that sodium sulfate slows down the discharge process of zinc at the cathode potentials above  $-950-1000$  mV (SHE). The experimental data and thermodynamic calculations indicate reduction of sulfates to sulfites in the cathodic reduction of zinc in aqueous neutral solutions.*

Electroreduction, potential, current, zinc, polarization, the electrolyte, the current exchange, rate of diffusion, sulfates, sodium

#### **Введение**

Исследованиям электроосаждения цинка из сульфатных растворов посвящено значительное число работ [1-7]. В публикации [1] изучали влияние поверхностно активных высокомолекулярных флокулянтов, имеющих различную величину и плотность заряда, на процесс электровосстановления цинка, используя результаты хронопотенциометрических данных и поляризационных кривых. В [2] проведен расчет токов обмена по результатам катодной поляризации при снятии хронопотенциометрических кривых. Изучено влияние на электрохимические процессы добавки анионного поверхностно-активного вещества лигносульфоната. Показана возможность эффективного использования лигносульфоната в смеси с костным клеем в процессе электролиза цинка. Отмечено, что присутствующие в лигносульфонате реакционные сульфатные группы влияют на кривую поляризации цинка при потенциалах на 150-200 мВ выше равновесных.

В монографии [8] указывается, что для уменьшения объемного сопротивления раствора и уменьшения емкостного тока следует проводить электрохимические исследования при концентрации фонового раствора не менее 0,5 моль/л. Галлюс З. отмечает [9], что для исключения возможности ми-

грационного переноса в исследуемый раствор вводится основной электролит в концентрации, превышающей, по крайней мере, на два порядка концентрацию деполяризатора.

В литературе практически отсутствуют данные электрохимических исследований с фоновыми растворами сульфата натрия, содержащего различные количества деполяризатора, в частности катионов цинка, в широком диапазоне катодных потенциалов. В то же время влияние изменения концентрации цинка в растворе сульфата натрия на плотность тока, поляризацию, токи обмена, числа переноса и параметры диффузии деполяризатора вызывает большой интерес.

Целью настоящей работы было исследование катодной поляризации цинка в растворах сульфата натрия с получением сравнительных электрохимических параметров при разных концентрациях цинка.

### Методика эксперимента

Электровосстановление цинка проводили из сульфатного электролита, содержащего 0,005-0,025 моль/л  $ZnSO_4$  и 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$ . Хронопотенциометрические, потенцио- и гальваностатические измерения, снятие поляризационных кривых в динамическом режиме проводили без перемешивания электролита при комнатной температуре ( $\sim 25^\circ C$ ) на потенциостате-гальваностате IRC-Pro с использованием трехэлектродной ячейки. Рабочий электрод (катод) выполнен из цинка с площадью контакта с раствором  $0,35 \text{ см}^2$ , вспомогательный (анод) – из платиновой пластинки, электрод сравнения – хлорсеребряный. Электроды перед работой шлифовали на плотной фильтровальной бумаге, обезжиривали этиловым спиртом, промывали водой. Вспомогательный электрод протравливали в растворе азотной кислоты (1:2 = кислота : вода) в течение 5 с и интенсивно промывали дистиллированной водой.

### Обсуждение результатов

В табл. 1 приведены данные потенциостатических измерений величин потенциала и рассчитанные при этих потенциалах данные среднего за 30 с параметра тока. Электрохимические исследования проведены отдельно для дистиллированной воды, раствора сульфата натрия и растворов сульфата цинка в фоновом растворе сульфата натрия. Показано, что с увеличением катодного потенциала во всех случаях происходит возрастание тока. Однако с увеличением катодного потенциала с  $-980$  до  $-1030$  мВ видно снижение тока для растворов сульфата цинка, что объясняется влиянием фонового раствора сульфата натрия.

Таблица 1

Изменение тока с увеличением потенциала при потенциостатических измерениях (средние данные за 30 с)

E, –мВ (СВЭ)	Дистиллированная вода	Раствор 0,5 моль/л $Na_2SO_4$	Концентрация цинка в растворе 0,5 моль/л $Na_2SO_4$		
			0,005 моль/л	0,0125 моль/л	0,025 моль/л
Ток, –мкА					
830	0	0	10,0	12,2	20,0
880	0	–	85,0	91,5	150,8
930	0	16,1	101,4	193,4	328,9
980	–	–	96,2	261,0	548,7
1030	0,5	40,2	96,9	221,0	499,2
1130	6,0	110,8	–	–	–

Процесс отрицательного влияния фонового раствора усиливается с ростом содержания сульфатов в сравнении с содержанием цинка и для концентрации 0,005 моль/л уже после  $-930$  мВ фиксируется снижение тока.

При снятии поляризационных кривых в области потенциалов от  $-1000$  до  $-1400$  мВ (СВЭ) видно (рис. 1), что ток разряда катионов цинка вплоть до потенциала  $-1170$  до  $-1180$  мВ заторможен. При дальнейшем повышении потенциала в отрицательную сторону ток возрастает за счет разряда на катоде как цинка, так и сульфатов.

Средние величины тока, снятые при потенциостатических исследованиях в диапазоне потенциалов от  $-880$  до  $-1080$  мВ, приведены на рис. 2. Средние токи, рассчитанные по пяти потенциалам через каждые  $50$  мВ в течение  $30$  с, а затем пять потенциалов еще дополнительно усреднялись. Из приведенных данных видно возрастание тока с увеличением цинка в фоновом электролите.

По данным гальваностатических измерений в диапазоне токов от  $0$  до  $-0,15$  мА можно увидеть возрастание потенциала с уменьшением содержания цинка в фоновом растворе сульфата натрия (рис. 3). Средние потенциалы рассчитывались из результатов, полученных при постоянных токах через каждые  $0,05$  мА за  $30$  с, а затем пять средних результатов еще усреднялись.

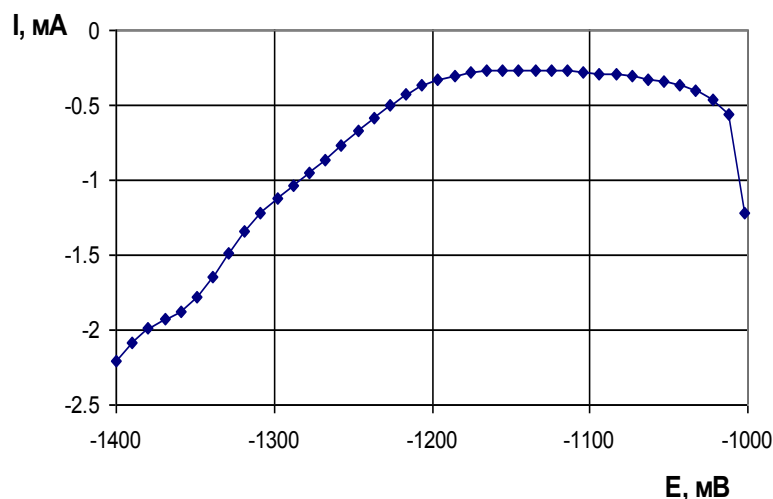


Рис. 1. Поляризационная кривая для раствора  $0,025$  моль/л  $ZnSO_4$  +  $0,5$  моль/л  $Na_2SO_4$  при скорости развертки  $5$  мВ/с. По осям: ( $I$ , мА) – ток разряда; ( $E$ , мВ) – потенциал (СВЭ)

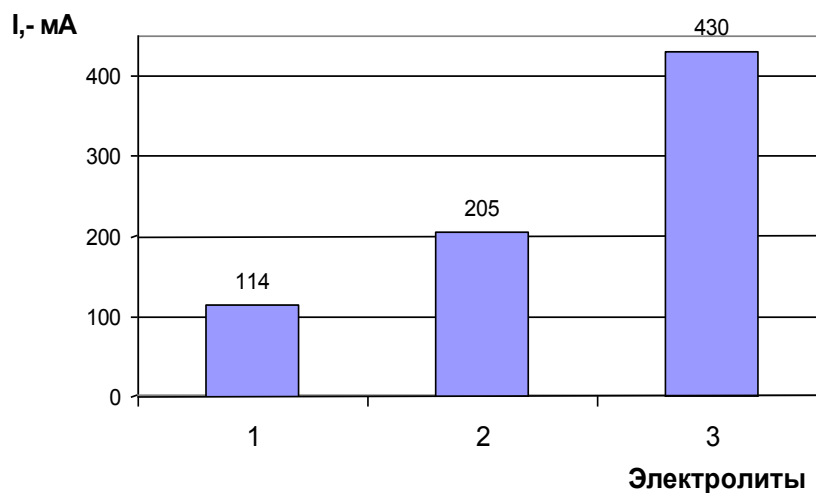


Рис. 2. Изменение тока с ростом концентрации цинка в растворе сульфата натрия при гальваностатических исследованиях (средние данные при потенциалах от  $-830$  до  $-1030$  мВ). По осям: ( $I$ , мА) – ток разряда; электролиты: 1 –  $0,005$  моль/л  $ZnSO_4$  +  $0,5$  моль/л  $Na_2SO_4$ ; 2 –  $1-0,0125$  моль/л  $ZnSO_4$  +  $0,5$  моль/л  $Na_2SO_4$ ; 3 –  $0,025$  моль/л  $ZnSO_4$  +  $0,5$  моль/л  $Na_2SO_4$

Поляризационная кривая катодного разряда для раствора  $0,5$  моль/л раствора сульфата натрия при потенциале  $-1250$  мВ (СВЭ) показала заметное возрастание плотности тока с ростом катодного потенциала (рис. 4).

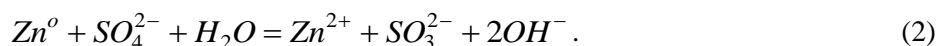
Таким образом, при потенциалах достаточно выше равновесного стандартного электродного потенциала для цинка ( $E_o = -763$  мВ) в растворах сульфата натрия может возникать высокий ток, связанный с процессами восстановления сульфатов до сульфитов в нейтральных водных растворах. В соответствии с данными для электродных процессов [10] в водных нейтральных средах протекает



реакция восстановления сульфатов (1), стандартный электродный потенциал которой составляет ( $E_o = -0,93$  В).



В то же время при катодном разряде цинка в фоновом растворе сульфата натрия нельзя исключить реакцию (2), которая протекает при более положительных потенциалах (расчетная  $E_o = -160$  мВ). При этом сульфатная группа может реагировать со свежесажженным цинком, уменьшая токи разряда, что и можно наблюдать на рис. 1 в области потенциалов от  $-1000$  до  $-1200$  мВ. Учитывая, что ускорение восстановления сульфатной группы начинается после  $-1200$  мВ (СВЭ) (рис. 4), замедление разряда цинка до потенциалов  $-1200$  мВ можно связать с реакцией (2).



Таким образом, термодинамические данные и расчеты свидетельствуют о возможном восстановлении сульфатов до сульфитов при катодном восстановлении цинка в водных нейтральных растворах.

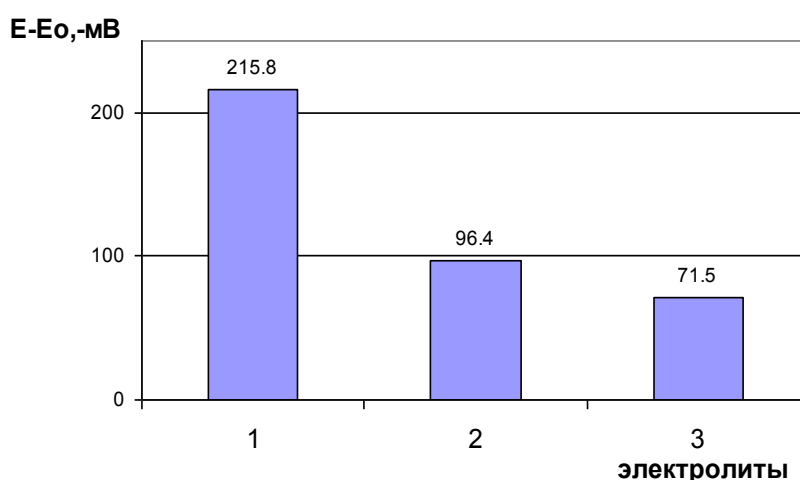


Рис. 3. Изменение потенциала с ростом концентрации цинка в растворе сульфата натрия при гальваностатических измерениях (в области тока от 0 до  $-0,15$  мА). По осям: ( $E-E_o$ , мВ) – поляризация; электролиты: 1 – 0,005 моль/л  $ZnSO_4$  + 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$ ; 2 – 1-0,0125 моль/л  $ZnSO_4$  + 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$ ; 3 – 0,025 моль/л  $ZnSO_4$  + 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$

Для электролитов с различным содержанием цинка в фоновом растворе сульфата натрия были рассчитаны токи обмена, числа переноса и скорости диффузии деполяризатора.

Токи обмена и числа переноса рассчитывали по уравнению Тафеля (3), используя данные гальваностатических исследований при токах разряда, исключая влияние сульфатов на восстановление цинка.

$$\eta_k = \frac{2,3RT}{\alpha_k zF} \lg i_o - \frac{2,3RT}{\alpha_k zF} \lg |i_k| , \quad (3)$$

где  $\alpha_k$  – число переноса;  $i_o$  и  $i_k$  – соответственно, ток обмена и катодный ток;  $\eta_k$  – перенапряжение.

Скорость диффузии рассчитывали по известному уравнению [9], описывающему ток пика, который является характеристической величиной в хроновольтамперометрическом методе (рис. 5), когда лимитирующей стадией является диффузия активного вещества:

$$I_n = 2,72 \cdot 10^5 \cdot n^{1,5} \cdot S \cdot D^{0,5} \cdot C \cdot V^{0,5} , \quad (4)$$

где  $I_n$  – ток пика, А;  $n$  – число электронов, обмениваемых в элементарном процессе;  $S$  – площадь электрода, см<sup>2</sup>;  $D$  – коэффициент диффузии деполяризатора, см<sup>2</sup>/с;  $C$  – концентрация активного вещества в объеме раствора, моль/см<sup>3</sup>;  $V$  – скорость изменения потенциала, В/с.

Величина концентрации ( $C$ ) нами была заменена на активность с использованием коэффициентов активности, приведенных в монографии [11].

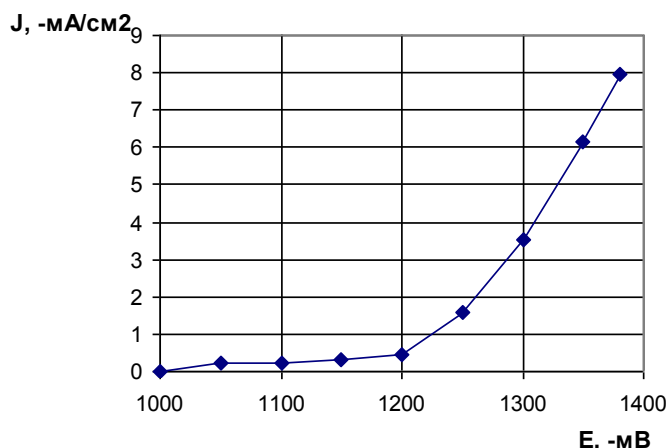


Рис. 4. Поляризационная кривая в динамическом режиме для раствора сульфата натрия. Скорость развертки 5 мВ/с. По осям: ( $I$ , -мкА) – ток разряда; ( $E$ , -мВ) – потенциал (СВЭ)

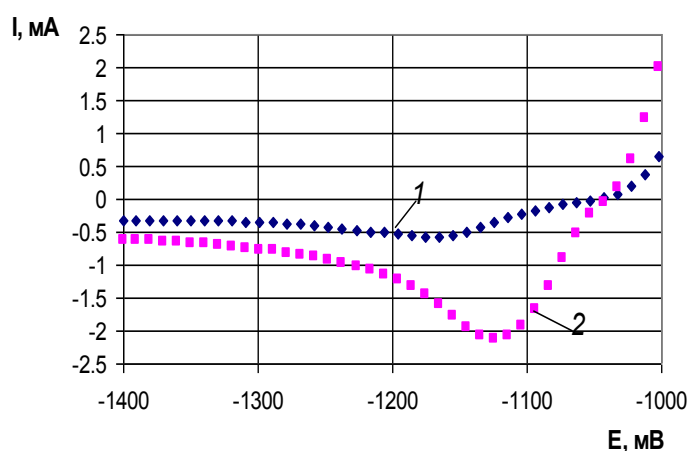


Рис. 5. Поляризационные кривые в динамическом режиме. Скорость развертки 50 мВ/с. 1 – для электролита 0,005 моль/л  $ZnSO_4$  + 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$ ; 2 – для электролита 0,0125 моль/л  $ZnSO_4$  + 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$ ; 3 – 0,025 моль/л  $ZnSO_4$  + 0,5 моль/л  $Na_2SO_4$ . По осям: ( $I$ , mA) – ток разряда; ( $E$ , мВ) – потенциал (Ag/AgCl)

В табл. 2 приводятся данные токов обмена, чисел переноса и скорости диффузии. Как видно из приведенных данных, с повышением содержания цинка в электролите возрастают ток обмена и коэффициент диффузии и уменьшается число переноса. Снижение числа переноса практически до нуля свидетельствует об исключении из процесса миграционной составляющей разряда цинка.

Таблица 2

Расчетные данные электрохимических параметров процесса разряда цинка из трех составов электролита

Электролиты	Ток обмена, $i_o \cdot 10^{-4} \text{ A/cm}^2$	Число переноса, $\alpha_k$	Коэффициент диффузии, $\cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{c}$
0,005 моль/л $ZnSO_4$ + 0,5 моль/л $Na_2SO_4$	1,39	0,07	1,68
0,0125 моль/л $ZnSO_4$ + 0,5 моль/л	1,44	0,91	5,32
0,025 моль/л $ZnSO_4$ + 0,5 моль/л $Na_2SO_4$	1,58	1,0	9,17

### Выводы

1. Получены новые данные влияния состава электролита, включающего сульфат цинка и натрия в мольном соотношении 1÷5 к 100 при содержании фонового раствора 0,5 моль/л, на основные параметры электрохимического процесса: величины тока разряда деполяризатора и поляризации, ток обмена и числа переноса, скорость диффузии цинка.

2. Показано торможение процесса разряда цинка сульфатами натрия при катодных потенциалах выше  $-950-1000$  мВ (СВЭ). Экспериментальные данные и термодинамические расчеты свидетельствуют о восстановлении сульфатов до сульфитов при катодном восстановлении цинка в водных нейтральных растворах. До потенциалов  $-1200$  мВ (СВЭ) протекает реакция окисления свежееосажденного цинка сульфогруппой.

3. Отмечено, что с увеличением содержания сульфата цинка с  $0,005$  до  $0,025$  моль/л в фоновом растворе сульфата натрия возрастают величины тока разряда цинка, тока обмена и скорость диффузии деполяризатора, а число переноса снижается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников А.В. Влияние флокулянтов на электровосстановление цинка из сульфатных растворов // Вестник СГТУ. 2014. № 3 (76). С. 47-52.
2. Колесников А.В. Исследования причин эффективного использования лигносульфонатов в электролизе цинка // Бутлеровские сообщения. 2014. Т. 40. № 12. С. 110-116.
3. Колесников А.В., Казанбаев Л.А., Козлов П.А. Влияние органических веществ на процессы цементации и электролиза цинка // Цветные металлы. 2006. № 8. С. 24-28.
4. Минин И.В., Соловьева Н.Д. Кинетика электровосстановления цинка из сульфатного электролита в присутствии добавок ПАВ // Вестник СГТУ. 2013. № 1 (69). С. 57-62.
5. Медведев Г.И., Янчева Е.А. Исследование кинетики процесса электроосаждения цинка из сернокислых электролитов в присутствии продуктов конденсации и буферизирующих добавок // Электрохимия. 1991. № 10. С. 1231-1235.
6. Медведев Г.И., Макрушин Н.А., Хамуньела В. Электроосаждение блестящих цинковых покрытий из сульфатного электролита // ЖПХ. 2007. Т. 80. № 8. С. 1276-1281.
7. Титова В.Н., Казаков В.А., Явич А.А. Электровосстановление ионов цинка из цинкатных электролитов в присутствии ПАВ // Электрохимия. 1996. № 5. С. 562-569.
8. Гороховская И.И., Гороховский В.М. Практикум по электрохимическим методам анализа: учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1983. 192 с.
9. Галюс З. Теоретические основы электрохимического анализа. М.: Мир, 1974. 552 с.
10. Кудрявцев А.А. Составление химических уравнений. М.: Высш. шк., 1968. 359 с.
11. Баталин Г.И. Сборник примеров и задач по физической химии. Киев: Изд-во Киев. ун-та, 1960. С. 475.

**Колесников Александр Васильевич** –  
доктор технических наук, профессор кафедры  
«Аналитическая и физическая химия»  
Челябинского государственного университета

**Alexander V. Kolesnikov** –  
Dr. Sc., Professor, Department of  
Analytical and Physical Chemistry,  
Chelyabinsk State University

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*

УДК.621.372.8

**В.А. Коломейцев, П.В. Ковряков, М.А. Лукьянов, Р.С. Гумаров**

#### **СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА С ДВУХСЛОЙНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ**

*Установлены условия, при которых возможно аналитическое решение внутренней краевой задачи электродинамики для прямоугольного резонатора, частично заполненного диэлектрическим материалом в виде суперпозиции E- и H-типов колебаний, не содержащее гибридных типов колебаний, что позволяет упростить анализ электродинамических свойств распределенных (многоцелевых, комбинированных) систем возбуждения*

электромагнитного поля. Определен спектр собственных резонансных частот для *E*- и *H*-типов колебаний при двухслойном диэлектрическом заполнении резонатора при различных значениях диэлектрической проницаемости  $\epsilon'$ .

Электромагнитное поле, продольная и поперечная поляризации, собственные резонансные частоты, *E*- и *H*-типы колебаний, метод распределения переменных, принцип поляризационной двойственности, дисперсионное уравнение

V.A. Kolomeitsev, P.V. Kovryakov, M.A. Lukyanov, R.S. Gumarov

## THE EIGENVALUE AND STRUCTURE OF ELECTROMAGNETIC FIELD OF THE RECTANGULAR RESONATOR WITH A TWO-LAYER FILLING

*The paper presents the conditions for analytical solution of the internal regional problem of electrodynamics referring the rectangular resonator which is partially filled with the dielectric material in the form of superposition of the E- and H- type fluctuations, which do not contain hybrid types of fluctuations. The given conditions allow to simplify the analysis of electrodynamic properties of distributed (multislotted-hole, combined) excitation systems in the electromagnetic field. The range of the self-resonant frequencies for the E- and H- types of fluctuations at two-layer dielectric filling of the resonator is determined at various values of the dielectric permeability –  $\epsilon'$ .*

The electromagnetic field, longitudinal and cross polarization, self-resonant frequencies, *E*- and *H*-types of fluctuations, a method of variables division, the principle of polarizing duality, the dispersive equation

Как показано в [1, 2], при произвольном диэлектрическом заполнении рабочей камеры микроволновой печи, представляющей собой прямоугольный резонатор, получить аналитическое решение внутренней краевой задачи электродинамики (ВКЗЭ) невозможно в силу сложности краевых условий на сложных границах раздела сред. Однако расчет, тестирование и оптимизацию современных распределенных систем возбуждения электромагнитного ЭМ поля в рабочей камере (РК) наиболее удобно и эффективно производить на основе аналитического решения ВКЗЭ, что налагает определенные условия на форму и расположение диэлектрического материала в РК. В [3] показано, что необходимым условием получения аналитического решения является соответствие формы образца нагреваемого материала и РК (прямоугольный резонатор – прямоугольная диэлектрическая пластина). Достаточным условием при этом является требование, чтобы прямоугольная пластина занимала всю поверхность РК перпендикулярную одному из координатных направлений. На рис. 1 показано требуемое расположение образца в РК в плоскости  $X \perp Z$ , которое соответствует реальному расположению нагреваемого диэлектрического материала в микроволновых печах.

Принципиальным моментом аналитического решения ВКЗЭ для физической модели РК, приведенной на рис. 1, является выбор на основе принципа поляризационной двойственности, поляризации, при которой решение может быть представлено в виде суперпозиции *E*- и *H*-типов колебаний без возникновения гибридных типов колебаний [4]. В [5] показано, что данное условие выполняется только при поляризации, составляющие векторов напряженности электрического и магнитного полей которой ортогональны поверхности раздела сред (поверхности прямоугольной пластины), то есть в нашем случае (рис. 1) это продольная поляризация –  $E_y, H_y$ . Согласно принципу поляризационной двойственности, решение ВКЗЭ проводится только для составляющих  $E_y, H_y$ , остальные компоненты поля определяются непосредственно из уравнений Максвелла через компоненты  $E_y, H_y$ :

$$E_x = \frac{1}{k_{\perp}^2} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x \partial y} + j\omega\mu \frac{\partial H_y}{\partial z} \right); H_x = \frac{1}{k_{\perp}^2} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x \partial y} - j\omega\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial z} \right); \quad (1)$$

$$E_z = \frac{1}{k_{\perp}^2} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x \partial z} + j\omega\mu \frac{\partial H_y}{\partial x} \right); H_z = \frac{1}{k_{\perp}^2} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x \partial z} - j\omega\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial x} \right);$$

где  $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$  – поперечное волновое число для продольной поляризации –  $E_y, H_y$ ;  $k_x$  и  $k_z$  – волновые числа по координатным направлениям  $x$  и  $z$ .

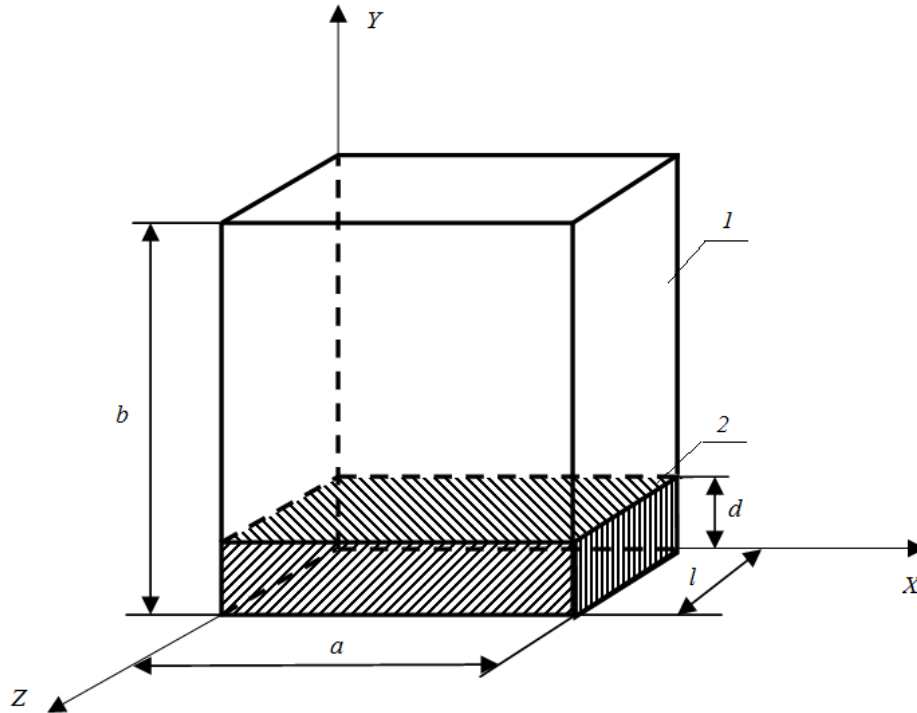


Рис. 1. Прямоугольный резонатор с двухслойным диэлектрическим заполнением: 1 – воздушная среда; 2 – диэлектрическая пластина

Таким образом, решение ВКЗЭ связано с решением волновых уравнений Гельмгольца для составляющих  $E_y, H_y$  для двух областей – воздушная среда ( $q = 1$ ) и диэлектрическая пластина ( $q = 2$ ) [6]:

$$\nabla^2 E_{yq}(x, y, z) + k_q^2 E_{yq}(x, y, z) = 0; \text{ (E-тип колебаний);} \quad (2)$$

$$\nabla^2 H_{yq}(x, y, z) + k_q^2 H_{yq}(x, y, z) = 0; \text{ (H-тип колебаний);}$$

где  $k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  – обобщенное волновое число для воздушной среды, а  $k_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  – для диэлектрической пластины;  $\omega$  – круговая частота;  $\varepsilon_0, \varepsilon_m$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость воздуха. В волновых уравнениях (2) учтено гармоническое изменение электромагнитного поля во времени –  $e^{j\omega t}$ . Система уравнений (2) допускает решения методом разделения переменных. Удовлетворяя полученные решения крайним условиям на металлической поверхности резонатора – S:

$$E_{\tau}(x, y, z) = 0|_S; \quad \frac{\partial H_n(x, y, z)}{\partial n} = 0|_S; \quad (3)$$

получим

$$E_{yq}(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} (E_{yq0})_{mnp} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot F_{1qn}(y) \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z; \quad (4)$$

$$H_{yq}(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} (H_{yq0})_{mnp} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot F_{1qn}(y) \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z;$$

где

$$F_{1qn}(y) = \begin{cases} \frac{\sin k_{yn1}(y-b)}{\cos k_{yn1}b} & \text{при } q = 1 \\ \cos k_{yn1}y & \text{при } q = 2 \end{cases}; \quad F_{1qn}(y) = \begin{cases} \frac{\cos k_{yn1}(y-b)}{\cos k_{yn1}b} & \text{при } q = 1 \\ \sin k_{yn1}y & \text{при } q = 2 \end{cases} \quad (5)$$

$(E_{yq0})_{mnp} = const, (H_{yq0})_{mnp} = const$  – амплитуда каждого из типов колебаний. Решение (4) позволяет с помощью соотношений (1) определить собственные электродинамические параметры и структуру электромагнитного поля в РК микроволновой печи. Для этого необходимо полученное решение (4) удовлетворить краевым условиям на границе раздела сред (равенство тангенциальных составляющих векторов  $\vec{E}, \vec{H}$ ):

$$E_{\tau 1}(x, y, z) = E_{\tau 1}(x, y, z)|_{y=d}; H_{\tau 1}(x, y, z) = H_{\tau 1}(x, y, z)|_{y=d}; \quad (6)$$

где  $d$  – толщина диэлектрической пластины. Удовлетворяя решение (4) граничным условиям (6), получим дисперсионное уравнение, на основе которого определяются собственные волновые числа  $k_{yn1}$  и  $k_{yn2}$  для  $E$ - и  $H$ -типов колебаний прямоугольного резонатора с частичным диэлектрическим заполнением:

$$tgk_{yn1}(b-d) = -\frac{\varepsilon_1 k_{yn2}}{\varepsilon_2 k_{yn1}} tg(k_{yn2}d), \text{ для } E\text{-типов колебаний}; \quad (7)$$

$$tgk_{yn1}(b-d) = -\frac{k_{yn1}}{k_{yn2}} tg(k_{yn2}d), \text{ для } H\text{-типов колебаний};$$

где  $k_{yn1}$  – волновое число, характеризующее изменение электромагнитного поля в направлении координатной оси –  $Y$  (рис. 1) в воздушной среде и  $k_{yn2}$  –, соответственно, в диэлектрической пластине. Для решения трансцендентных дисперсионных уравнений (7) необходимо левые и правые части дисперсионных уравнений привести к одной неизвестной величине. Для этого воспользуемся обобщенным дисперсионным уравнением для воздушной среды и диэлектрической пластины [7]:

$$\omega_{mnp}^2 \cdot \varepsilon_0 \mu_0 = k_{xm}^2 + k_{yn1}^2 + k_{zp}^2; \quad (8)$$

$$\omega_{mnp}^2 \cdot \varepsilon'_m \varepsilon_0 \mu_0 = k_{xm}^2 + k_{yn1}^2 + k_{zp}^2,$$

где  $\omega_{mnp} = 2\pi\nu_{mnp}$  – спектр собственных частот  $E$ - и  $H$ -типов колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением;  $\nu_{mnp}$  – собственные циклические частоты;  $\varepsilon'_m$  – относительная диэлектрическая проницаемость материала прямоугольной пластины; волновые числа  $k_{xm}, k_{zp}$  определяются следующим образом:

$$K_{xm} = \frac{m\pi}{a}; m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (9)$$

$$K_{zp} = \frac{p\pi}{l}; p = 1, 2, 3, \dots, P$$

Дисперсионные уравнения (8) позволяют выразить волновые числа  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$  через собственную частоту прямоугольного резонатора для конкретного типа колебания:

$$K_{yn1} = \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{2\nu_{mnp}}{c}\right)^2 - \left(\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2\right)}; \quad (10)$$

$$K_{yn2} = \pi \cdot \sqrt{\varepsilon'_m \left(\frac{2\nu_{mnp}}{c}\right)^2 - \left(\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2\right)},$$

где  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  – скорость света в вакууме. Соотношения (10) позволяют представить дисперсионные уравнения (8) в удобном для последующего анализа виде:

$$\eta(\nu) tg[\eta(\nu)] = -\vartheta_0 \xi(\nu) tg[\xi(\nu)]; E\text{-типы колебаний } (E_y \neq 0, H_y = 0); \quad (11)$$

$$\vartheta_0 \frac{tg[\eta(\nu)]}{\eta(\nu)} = -\varepsilon'_m \frac{tg[\xi(\nu)]}{\xi(\nu)}; H\text{-типы колебаний } (E_y = 0, H_y \neq 0),$$

где

$$\eta(\nu) = \pi(b - d) \cdot \sqrt{\left(\frac{2\nu}{c}\right)^2 - \left(\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2\right)}; \tag{12}$$

$$\xi(\nu) = \pi \cdot d \cdot \sqrt{\left(\frac{2\nu}{c}\right)^2 - \left(\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2\right)};$$

$$\vartheta_0 = \frac{1}{\varepsilon'_m} \cdot \frac{(b-d)}{d}.$$

Дисперсионные уравнения (11) позволяют определить спектр собственных частот –  $\nu_{mnp}$  прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением, а на их основе определить собственные волновые числа –  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$ , с помощью которых находится структура электромагнитного поля в резонаторе с частичным диэлектрическим заполнением. Решение дисперсионных уравнений (8) проводится графоаналитическим методом [8]. Рассмотрим собственные электродинамические параметры  $E$ -типов колебаний. В табл. 1 приведены значения собственных частот  $\vartheta_{mnp}$  пяти типов колебаний ( $E_{111}$ ,  $E_{121}$ ,  $E_{131}$ ,  $E_{141}$ ,  $E_{151}$ ) при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости –  $\varepsilon'_m$  материала прямоугольной пластины при неизменной толщине пластины –  $d = 0,01$  м. В качестве прямоугольного резонатора рассматривается рабочая камера микроволновой печи MS – 1924 (LG-электроникс – Южная Корея) с размерами –  $a = 0,3$  м,  $b = 0,25$  м,  $l = 0,27$  м.

Таблица 1

Значения собственных частот –  $\nu_{mnp}$  пяти  $E$ -типов колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением при различных  $\varepsilon'_m$

		$\nu_{mnp}$ , МГц									
		$\varepsilon'_m$									
$E_{mnp}$		1	2	4	9	16	25	36	49	64	81
$E_{111}$		958	946	938	933	929	920	906	886	748	746
$E_{121}$		1414	1404	1397	1386	1363	1311	1134	1135	1045	1027
$E_{131}$		1949	1939	1927	1887	1785	1638	1536	1496	1468	1465
$E_{141}$		2514	2501	2475	2361	2171	2074	2038	2028	2009	2003
$E_{151}$		3029	3071	3019	2812	2670	2625	2605	2588	2519	2447

Приведенные в табл. 1 значения собственных частот  $\nu_{mnp}$  позволяют определить с помощью соотношений (10) волновые числа  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$ , которые однозначно определяют структуру электромагнитного поля в прямоугольном резонаторе с двухслойным диэлектрическим заполнением. В табл. 2 приведены значения первых пяти корней дисперсионного уравнения (11) для  $E$ -типов колебаний.

С практической точки зрения представляет интерес характер изменения собственной частоты  $E$ -типов колебания прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением при вариации степени заполнения резонатора диэлектрическим материалом, то есть от величины  $d/b$ . Заметим, что собственная частота  $\nu_{mnp}$  полностью заполненного прямоугольного резонатора определяется соотношениями (8), а именно [9]:

$$\nu_{mnp} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon'_m}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}. \tag{13}$$

Соотношение (13) позволяет определить собственные колебания полого ( $\varepsilon'_m = 1$ ) и полностью заполненного диэлектрическим материалом прямоугольного резонатора. Так, для  $E_{111}$ -типа колебания для полого резонатора –  $\nu_{111} = 960$  МГц, а для полностью заполненного резонатора –  $\nu_{111} = 480$  МГц для  $\varepsilon'_m = 4$ ;  $\nu_{111} = 240$  МГц для  $\varepsilon'_m = 16$ ;  $\nu_{111} = 10664$  МГц для  $\varepsilon'_m = 81$ . Приведенные значения собственных частот служат ориентиром построения кривых зависимостей  $\nu_{mnp}(d/b)$  при различных значениях  $\varepsilon'_m$ . На рис. 2 приведены кривые зависимости –  $\nu_{111}(d/b)$  для  $\varepsilon'_m = 2; 4; 16; 81$ , которые

монотонно уменьшаются при увеличении степени заполнения резонатора диэлектрическим материалом –  $d/b$ . На рис. 3 приведены кривые собственных волновых чисел –  $K_{yn1}(\epsilon'_m)$  и  $K_{yn2}(\epsilon'_m)$ .

Таблица 2

Значения первых пяти значений волновых чисел  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$  E-типов колебаний

$K_{yn1}$	$K_{yn1}, 1/м$									
	$\epsilon'_m$									
	1	2	4	9	16	25	36	49	64	81
$K_{y11}$	12.54	12.10	11.86	11.68	11.54	11.22	10.71	9.95	7.93	7.06
$K_{y21}$	25.12	24.87	24.70	24.43	23.85	22.54	20.36	17.85	15.28	14.74
$K_{y31}$	37.67	37.45	37.18	36.27	33.93	30.39	28.09	27.12	26.44	26.37
$K_{y41}$	50.24	49.96	49.39	46.88	42.66	40.49	39.68	39.35	39.03	38.90
$K_{y51}$	61.44	62.35	61.23	56.74	53.65	52.67	52.23	51.86	50.35	48.77
$K_{y12}$	23.65	23.19	36.01	56.46	76.19	95.01	112.71	128.88	148.02	153.69
$K_{y22}$	38.82	38.50	56.35	85.62	113.05	136.32	153.31	165.43	184.95	192.85
$K_{y32}$	55.53	55.22	79.14	117.46	148.64	170.20	192.28	218.65	260.28	275.56
$K_{y42}$	72.76	72.36	102.43	147.44	181.11	216.51	255.49	296.02	356.50	377.04
$K_{y52}$	88.29	89.55	125.42	175.89	223.01	274.30	326.81	378.90	447.16	460.74

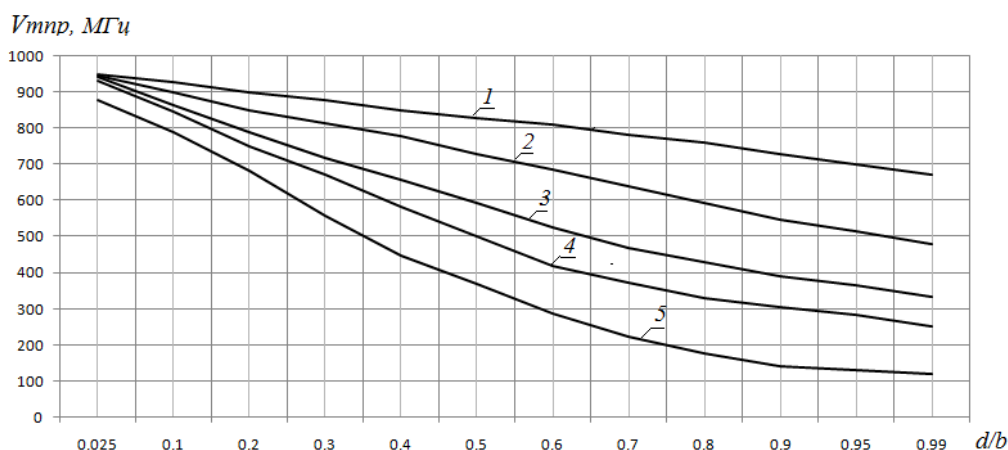


Рис. 2. Зависимости собственных частот  $E_{111}$  типа колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением от коэффициента заполнения –  $d/b$  для различных значений  $\epsilon'_m$  (кривая 1 –  $\epsilon'_m = 2$ ; кривая 2 –  $\epsilon'_m = 4$ ; кривая 3 –  $\epsilon'_m = 9$ ; кривая 4 –  $\epsilon'_m = 16$ ; кривая 5 –  $\epsilon'_m = 81$ )

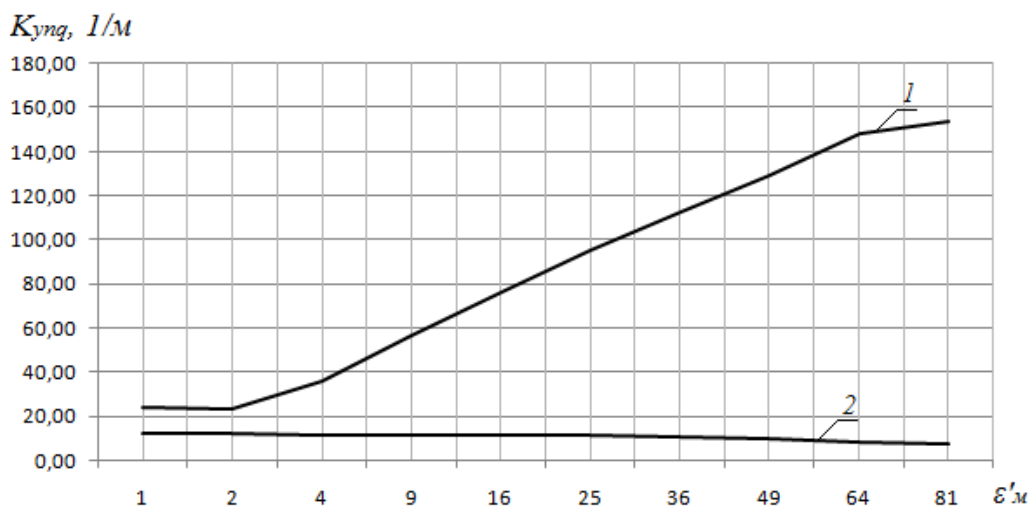


Рис. 3. Зависимости собственных волновых чисел  $E_{111}$  типа колебания прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением от значения относительной диэлектрической проницаемости (кривая 1 –  $K_{yn1}$ , кривая 2 –  $K_{yn2}$ )



Рассмотрим  $H$ -типы колебаний, возникающие в прямоугольном резонаторе с двухслойным диэлектрическим заполнением. В табл. 3 приведены значения собственных частот  $H$ -типов колебаний, аналогичных приведенным в табл. 1, по индексам  $m, n, p$ .

Данные для  $\nu_{mnp}$  в табл. 3 приведены для толщины диэлектрической пластины –  $d = 0,01$  м. Соответственно, в табл. 4 приведены собственные волновые числа  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$  для приведенных в табл. 3  $H$ -типов колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением.

В табл. 3, 4 приведены значения собственных частот и волновых чисел  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$  невырожденных  $H$ -типов колебаний –  $H_{011}, H_{110}$  полого прямоугольного резонатора, что позволяет провести более полный сравнительный анализ электродинамических свойств прямоугольного резонатора с частичным диэлектрическим заполнением. Согласно соотношениям (1) минимальная частота соответствует типу  $H_{110}$ , которая равна  $\nu_{111} = 780$  МГц. Это минимальная частота из спектра  $H$  и  $E$ -типов колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением. Необходимо отметить, что для улучшения равномерности нагрева диэлектрических материалов необходимо систему возбуждения электромагнитного поля рассчитывать на возбуждение  $H$ -типов колебаний, которые обеспечивают режим термообработки независимо от электрофизических свойств нагреваемого материала, что объясняется отсутствием нормальной составляющей вектора напряженности электрического поля на границе раздела диэлектрических сред, что приводит к уменьшению мощности, поступающей в диэлектрическую пластину [10], то есть приводит к уменьшению удельной плотности тепловых источников в объеме обрабатываемого материала.

Таблица 3

Значения собственных частот  $\nu_{mnp}$  пяти  $H$ -типов колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением для различных  $\epsilon'_m$

$H_{mnp}$	$\nu_{mnp}, \text{МГц}$									
	$\epsilon'_m$									
	1	2	4	9	16	25	36	49	64	81
$H_{111}$	960	957	956	955	954	952	949	926	893	832
$H_{121}$	1414	1411	1408	1402	1383	1332	1254	1120	1038	1002
$H_{131}$	1951	1946	1934	1898	1792	1624	1520	1486	1470	1461
$H_{141}$	2514	2506	2480	2366	2163	2066	2038	2024	2013	2004
$H_{151}$	3091	3074	3021	2808	2668	2523	2604	2590	2550	2451

Таблица 4

Значения собственных волновых чисел  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$   $H$ -типов колебаний при различных величинах  $\epsilon'_m$

$K_{yn1}$	$K_{yn1}, 1/\text{М}$									
	$\epsilon'_m$									
	1	2	4	9	16	25	36	49	64	81
$K_{y11}$	12.54	12.51	12.51	12.44	12.41	12.34	12.24	11.44	10.23	7.60
$K_{y21}$	25.12	25.05	24.58	24.83	24.36	23.08	20.55	17.46	15.10	14.00
$K_{y31}$	37.68	37.61	37.34	36.52	34.09	30.18	27.73	26.90	26.50	26.30
$K_{y41}$	50.24	50.07	49.50	46.99	42.50	40.32	39.70	39.40	39.10	38.90
$K_{y51}$	62.84	62.42	61.27	56.66	53.60	52.63	52.20	51.90	51.23	48.90

$K_{yn2}$	$K_{yn2}, 1/\text{М}$									
	$\epsilon'_m$									
	1	2	4	9	16	25	36	49	64	81
$K_{y12}$	12.54	23.60	36.90	57.90	78.30	98.40	118.20	134.80	148.70	138.30
$K_{y22}$	25.13	38.70	56.80	86.60	114.70	138.50	154.20	163.40	173.10	167.10
$K_{y32}$	37.68	55.40	79.60	109.40	149.20	169.30	190.30	217.20	245.70	244.20
$K_{y42}$	50.24	72.50	102.60	138.20	180.40	215.60	255.50	296.20	336.80	335.20
$K_{y52}$	62.84	89.70	125.50	175.30	222.90	274.10	326.90	379.20	428.30	410.20

На рис. 4 приведены значения собственных частот прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением  $\nu_{mnp}$  при различной степени заполнения резонатора материалом диэлектрической пластины –  $d/b$  и вариации относительной диэлектрической проницаемости –  $\epsilon'_m$ .

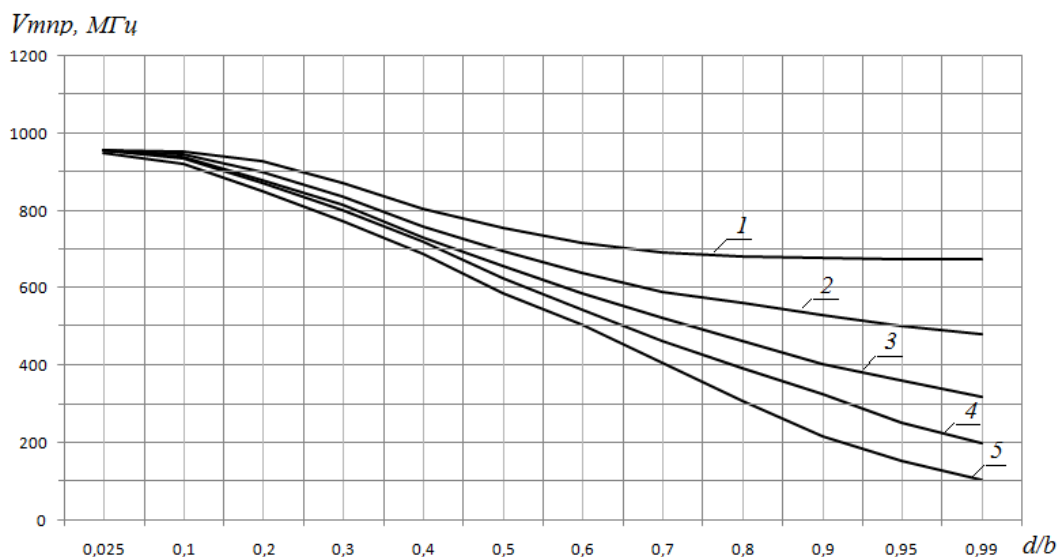


Рис. 4 Зависимости собственных частот  $H_{111}$  типа колебания прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением от коэффициента заполнения –  $d/b$  для различных значений  $\epsilon'_m$  (кривая 1 –  $\epsilon'_m = 2$ ; кривая 2 –  $\epsilon'_m = 4$ ; кривая 3 –  $\epsilon'_m = 9$ ; кривая 4 –  $\epsilon'_m = 16$ ; кривая 5 –  $\epsilon'_m = 81$ )

На рис. 5 приведены соответствующие приведенным значениям  $\nu_{mnp}$  волновые числа –  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$ , которые однозначно определяют структуру электромагнитного поля в резонаторе и, что особенно важно, распределение тепловых источников в объеме нагреваемого материала (диэлектрическая пластина), которое определяется согласно закону сохранения энергии электромагнитного поля соотношением [11]:

$$P_{\text{пог}} = \epsilon'_m \cdot \text{tg} \delta \cdot \omega - [\vec{E}(\vec{r}, \tau)]^2, \quad (14)$$

где  $\text{tg} \delta$  – тангенс угла диэлектрических потерь.

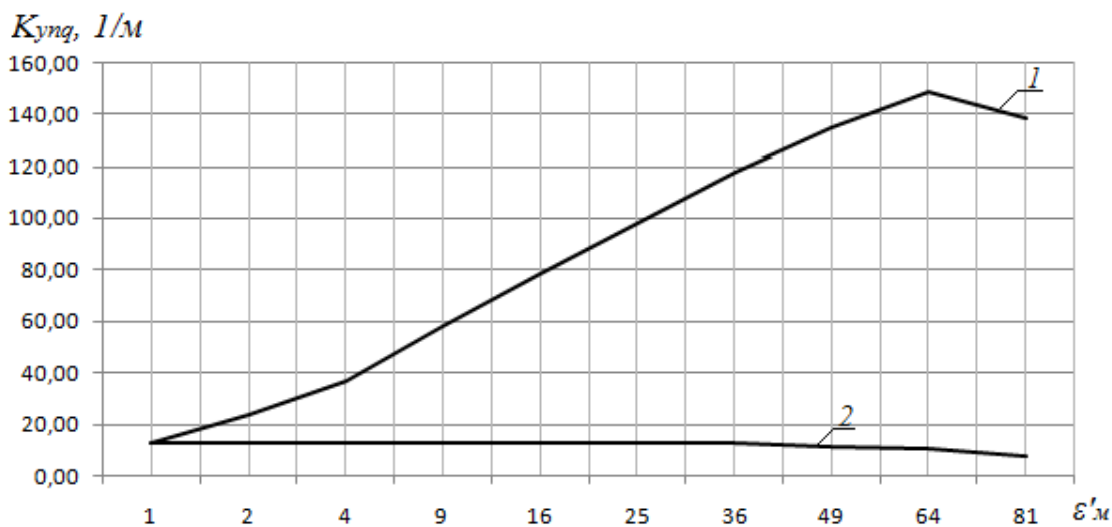


Рис. 5. Зависимости собственных волновых чисел  $H_{111}$  типа колебания прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением от значения относительной диэлектрической проницаемости (кривая 1 –  $K_{yn1}$ , кривая 2 –  $K_{yn2}$ )

Необходимо отметить, что величина  $\operatorname{tg} \delta$  оказывает незначительное влияние на собственную частоту и амплитуду электрического поля, что позволяет использовать соотношение (14) для оценки потенциальных возможностей улучшения равномерности нагрева в микроволновых печах. Таким образом, полученные в данной работе собственные электродинамические значения ( $\nu_{mnp}$ ,  $K_{yn1}$ ,  $K_{yn2}$ ) позволяют определить условия оптимизации системы возбуждения электромагнитного поля в резонаторной камере, позволяющие достичь максимальных значений уровня равномерности нагрева и КПД микроволновой печи.

Соотношения (4), (5) позволяют с помощью соотношений (1) определить все составляющие ЭМ поля  $E$  и  $H$  типов колебаний прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением. Для  $E$ -типов получим

$$\begin{aligned} E_{xq_{mnp}}(x, y, z) &= (\vartheta_{10})_{mnp} \frac{K_{ynq}}{\kappa_{\perp mn}^2} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq1}(y) \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z; \\ E_{zq_{mnp}}(x, y, z) &= (\vartheta_{10})_{mnp} \frac{K_{ynq}}{\kappa_{\perp mn}^2} \left( \frac{p\pi}{l} \right) \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq1}(y) \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z; \\ H_{xq_{mnp}}(x, y, z) &= j(\vartheta_{10})_{mnp} \frac{\omega \varepsilon_q}{\kappa_{\perp mn}^2} \left( \frac{p\pi}{l} \right) \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq1}(y) \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z; \\ H_{z1_{mnp}}(x, y, z) &= j(\vartheta_{10})_{mnp} \frac{\omega \varepsilon_q}{\kappa_{\perp}^2} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq1}(y) \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z; \end{aligned} \quad (15)$$

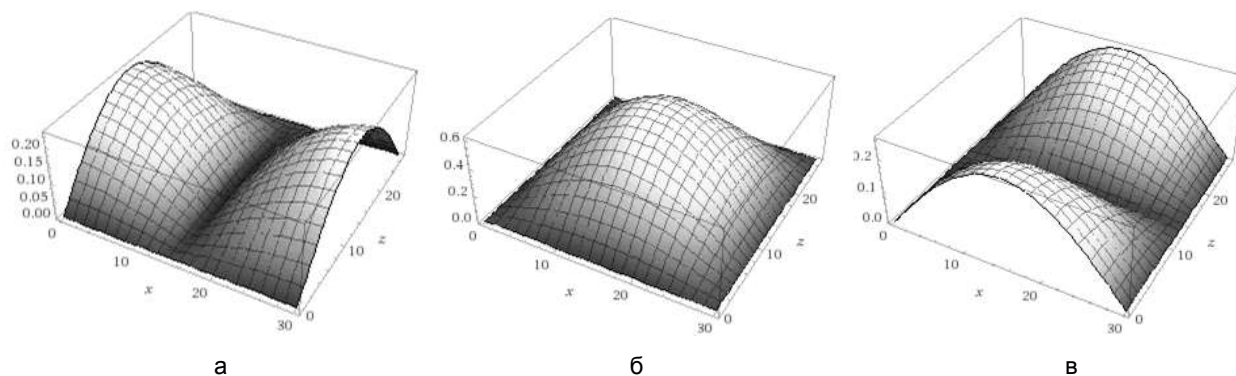
и соответственно для  $H$ -типов колебаний

$$\begin{aligned} E_{xq_{mnp}}(x, y, z) &= -j \frac{\omega \mu}{\kappa_{\perp mn}^2} (\vartheta_{20})_{mnp} \left( \frac{p\pi}{l} \right) \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq2}(y) \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z; \\ E_{zq_{mnp}}(x, y, z) &= j \frac{\omega \mu}{\kappa_{\perp mn}^2} (\vartheta_{20})_{mnp} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq2}(y) \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z; \\ H_{xq_{mnp}}(x, y, z) &= (\vartheta_{20})_{mnp} \frac{1}{\kappa_{\perp mn}^2} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq2}(y) \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z; \\ H_{zq_{mnp}}(x, y, z) &= -(\vartheta_{20})_{mnp} \frac{1}{\kappa_{\perp mn}^2} \left( \frac{p\pi}{l} \right) \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot F'_{nq2}(y) \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z. \end{aligned} \quad (16)$$

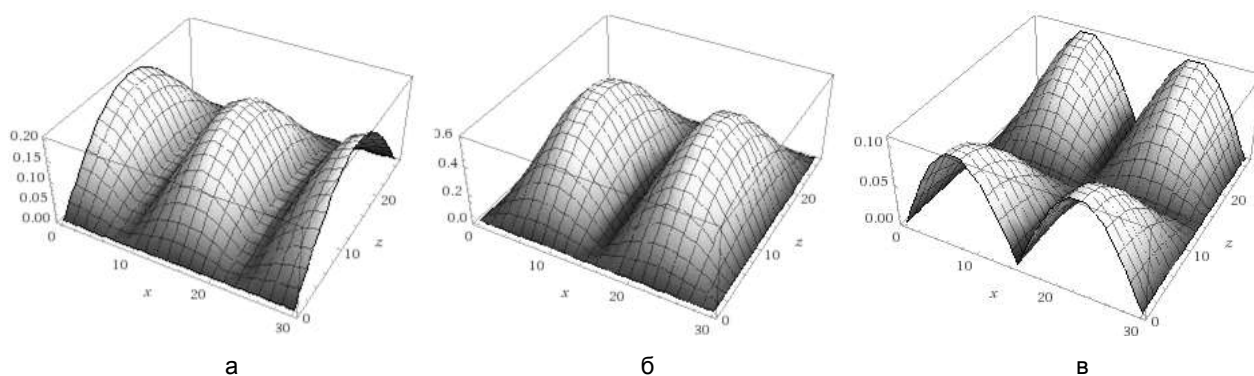
Соотношения (15), (16) и значения собственных волновых чисел  $K_{yn1}$  и  $K_{yn2}$ , приведенных в табл. 2 и 4, позволяют определить структуру собственного электромагнитного поля  $E$ - и  $H$ -типов колебаний как в воздушной среде, так и в диэлектрической пластине и соответственно определить пространственное распределение удельной плотности тепловых источников в объеме диэлектрической пластины. На рис. 6 приведены структуры а)  $E_x(x, z)$ ; б)  $E_y(x, z)$ ; в)  $E_z(x, y)$ ; г)  $H_x(x, z)$ ; д)  $H_y(x, z)$ ; е)  $H_z(x, y)$  различных  $E$ - и  $H$ -типов колебаний ( $E_{111}$ ,  $E_{211}$ ,  $E_{112}$ ,  $H_{111}$ ,  $H_{211}$ ,  $H_{112}$ ) для прямоугольного волновода с двухслойным диэлектрическим заполнением в середине пластины  $y = d/2$ .

Полученные в работе результаты позволяют определить собственные типы колебаний в требуемом частотном диапазоне и служат основой решения неоднородной внутренней краевой задачи электродинамики для прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением.

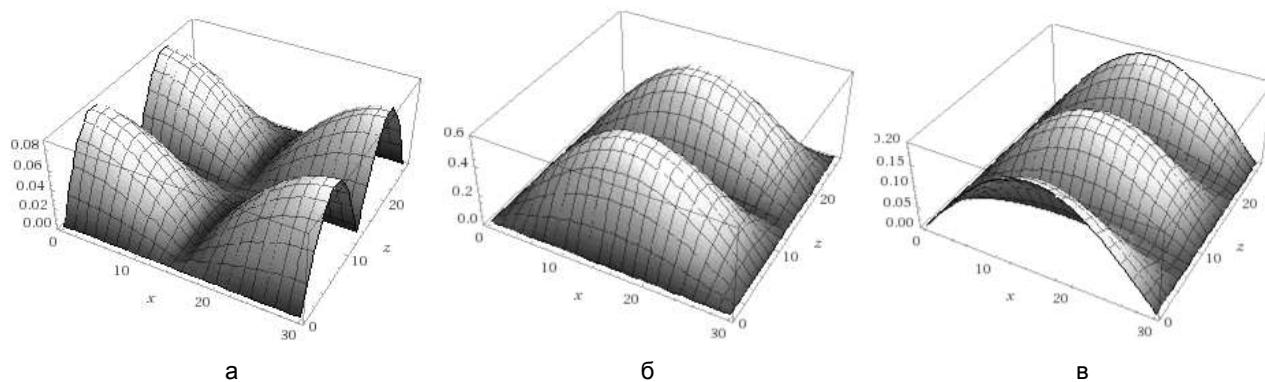
**Заключение.** Предложенная модель рабочей камеры, представляющей собой прямоугольный резонатор, на дне которого расположена диэлектрическая пластина, позволяет получить аналитическое решение, при использовании продольной поляризации –  $E_z$ ,  $H_y$ , представляющее собой суперпозицию  $E$ - и  $H$ -типов колебаний, что позволяет упростить определение удельной плотности тепловых источников в образце и упростить решение задачи оптимизации систем возбуждения электромагнитного поля, обеспечивая повышение уровня равномерности нагрева и КПД установки.



$E_{111}$ -тип колебаний



$E_{211}$ -тип колебаний

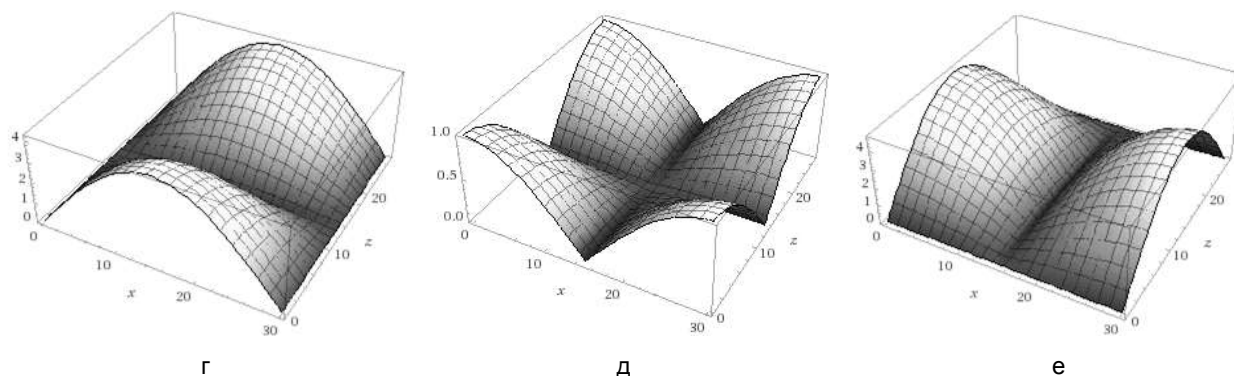


$E_{112}$ -тип колебаний

Рис. 6. Структуры составляющих вектора напряженности электрического поля:  
а –  $E_x$ ; б –  $E_y$ ; в –  $E_z$ ;

#### ЛИТЕРАТУРА

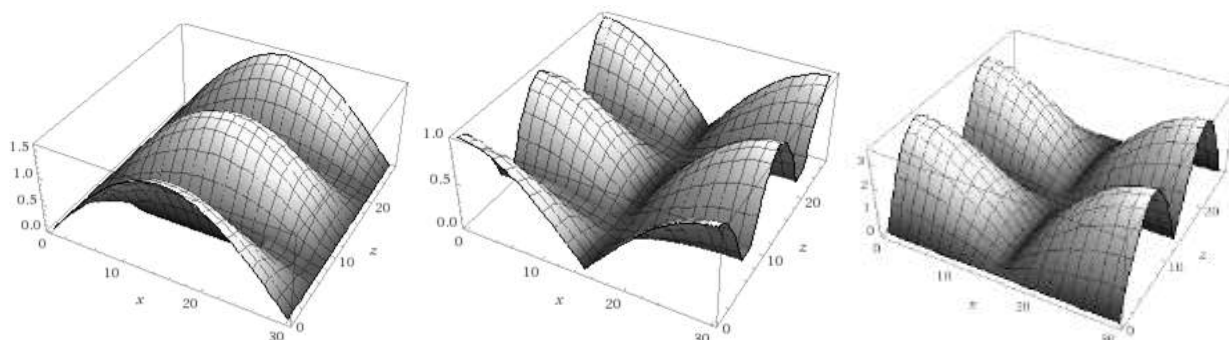
1. Коломейцев В.А. Взаимодействие электромагнитных волн с поглощающими средами и специальные СВЧ системы равномерного нагрева: дис. ... д-ра техн. наук. Саратов: СГТУ, 1999.
2. Коломейцев В.А., Комаров В.В., Железняк А.Р. Микроволновые системы с равномерным нагревом. Саратов: СГТУ, 2006. Ч. 2.
3. Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М.: Энергия, 1967. 216 с.
4. Пименов Ю.В., Вольман В.И. Техническая электродинамика. М.: Радио и связь, 2000. 536 с.



г

д

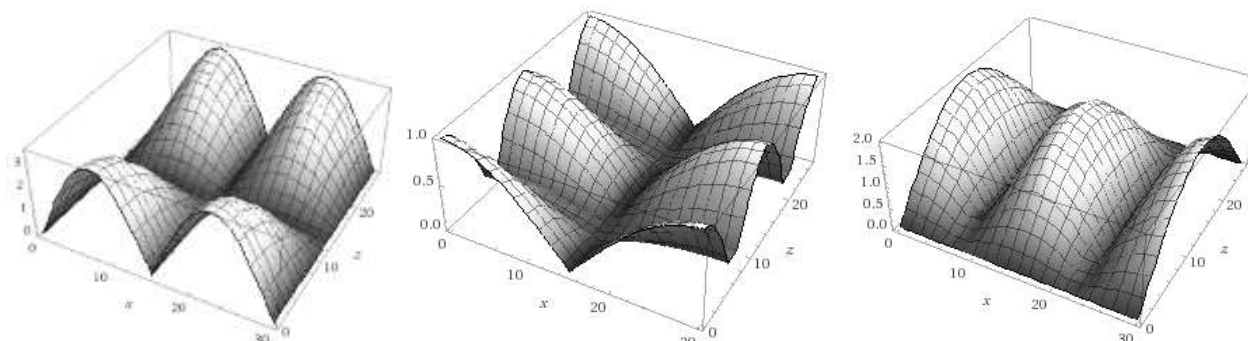
е

 $H_{111}$  – тип колебаний

г

д

е

 $H_{112}$ -тип колебаний

г

д

е

 $H_{211}$ -тип колебаний

Рис. 6. Структуры составляющих вектора напряженности электрического поля (окончание): г –  $H_x$ ; д –  $H_y$ ; е –  $H_z$  в диэлектрической пластине ( $y = d/2$ ) для  $E_{mnp}$  и  $H_{mnp}$ -типов колебаний

5. Аналитическое решение внутренней краевой задачи электродинамики для рабочей камеры бытовых СВЧ печей при многочелевом способе возбуждения электромагнитного поля / В.А. Коломейцев, Д.Н. Никуйко, В.С. Тяжлов, О.В. Дрогайцева // Вопросы электротехнологии. 2014. № 3 (4). С. 37-45.
6. Семенов Н.А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973. 480 с.
7. Фальковский О.И. Техническая электродинамика. М.: Лань, 2009. 432 с.
8. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
9. Железняк А.Р. СВЧ-устройства на основе волноводов сложного поперечного сечения для равномерного нагрева диэлектрических материалов: дис. ... канд. техн. наук. Саратов: СГТУ, 2002. 249 с.

10. Определение собственных электродинамических параметров прямоугольного резонатора с двухслойным диэлектрическим заполнением / Д.А. Баринов, В.А. Коломейцев, В.Н. Посадский, А.Э. Семенов // Радиотехника. 2014. № 10. С. 41-46.

11. Определение спектра собственных резонансных частот и структуры электромагнитного поля прямоугольного резонатора с частичным диэлектрическим заполнением / В.А. Коломейцев, П.В. Ковряков, В.А. Лойко, И.И. Салимов // Успехи современной радиоэлектроники. 2015. № 6. С. 69-80.

**Коломейцев Вячеслав Александрович** – заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Vyacheslav A. Kolomeitsev** – Honored Scientist of the Russian Federation, Dr. Sc., Professor, Department of Radiotechnics and Telecommunications, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Павел Валерьевич Ковряков** – аспирант кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Pavel V. Kovryakov** – Postgraduate, Department of Electronics and Telecommunications, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Лукьянов Марат Айдынович** – студент 4 курса специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Marat A. Lukyanov** – Undergraduate, Department of Radioelectronic Systems and Complexes, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Гумаров Раскали Серикович** – студент 5 курса специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Rascalı S. Gumarov** – Undergraduate, Department of Radioelectronic Systems and Complexes, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 616-006.04-06:616.155.194.8.] -079.4.-074

**А.Н. Павлов, Р.А. Фейзулин**

### **ФИЗИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭРИТРОЦИТЫ СТАТИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ГРАДИЕНТА**

*Целью работы является исследование особенностей воздействия статических магнитных полей на эритроциты, в частности на фосфолипидные головки внутреннего слоя. До настоящего времени все методы диагностики носили интегральный характер, что не обеспечивало до конца объективного результата исследований. В связи с этим данная работа посвящена исследованию и обоснованию экспериментальных данных воздействия статических магнитных полей на основные форменные элементы крови – эритроциты.*

Липидный бислой, генерация эхиноцитов, градиент магнитного поля, собственный магнитный момент, биотехнология, фазовый резонанс

---

A.N. Pavlov, R.A. Feizulin

**PHYSICAL FEATURES OF THE IMPACT  
RED BLOOD CELLS IN STATIC MAGNETIC FIELDS  
IN THE PRESENCE OF SPATIAL GRADIENT**

*The purpose of the master's thesis: A study of effects of static magnetic fields on the red blood cells, namely the membrane. In experimental studies, based on the results obtained, a working hypothesis about the process of generating echinocytes under the influence of magnetic fields was formulated. Master's thesis contains the results of the experiment. These data are characterized by their relevance in the field of medicine.*

The lipid bilayer, echinocytes generation, the magnetic field gradient, the intrinsic magnetic moment, biotechnology, phase response

**Введение**

Всякое вещество является *магнетиком*, т. е. способно под действием внешнего магнитного поля создавать собственное, внутреннее магнитное поле (приобретать собственный магнитный момент, намагничиваться). Магнитные свойства вещества определяются магнитными свойствами электронов и атомов данного вещества. По своим магнитным свойствам магнетики подразделяются на диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики, антиферромагнетики и ферриты.

Так же как и всякое вещество, живые организмы являются магнетиками.

Рассмотрим магнитные свойства микробиологических объектов. Существуют такие микрообъекты, размеры и внешняя конфигурация которых соответствуют доменам тонких магнитных пленок, но при воздействии на них статических магнитных полей они приобретают индуцированный магнитный момент и становятся автономными источниками магнитного поля. Такими микрообъектами являются микробиологические объекты – различного рода бактерии [4]. Их основными геометрическими конфигурациями являются сфера и вытянутый эллипсоид. Более того, в силу принципа наибольшего заполнения пространства данные микрообъекты сферической конфигурации, так же как и магнитные домены, образуют гексагональную решетку. Исследования реакции бактерий на внешние магнитные поля проводятся для создания и применения биосенсоров (биодатчиков). Биосенсоры по конструктивным особенностям и принципам работы сочетают реакции биосистем с электронными, оптическими, термочувствительными, магниточувствительными преобразователями, обеспечивающими регистрацию информации с датчиков в виде специфических сигналов.

Наибольший интерес в изучении влияния внешних магнитных полей на микробиологические объекты вызывает воздействие на форменные элементы крови – эритроциты.

В связи с поставленной задачей по экспериментальному исследованию влияния статических магнитных полей на эритроциты необходимо более подробно рассмотреть структуру эритроцитов и эритроцитарных мембран.

Известно, что такая высокоспециализированная клетка, как эритроцит, вовлекается в патологический процесс не только при гематологических заболеваниях, но и претерпевает серьезные изменения структуры и функции при болезнях разного генеза.

Повышенный интерес исследователей к эритроцитам при патологии обусловлен участием этих клеток в процессах, связанных с поддержанием гомеостаза на уровне целого организма.

Структурные и физиологические особенности эритроцитов, а также доступность для исследования делают их чрезвычайно удобной моделью изучения действия патологических факторов, в том числе и малой интенсивности, позволяют использовать их в качестве информативного тест-объекта при оценке состояния организма при различных патологических процессах в клинической практике и научных исследованиях [12]. В большинстве случаев динамика поведения эритроцитов определяется свойствами мембраны. При этом следует отметить, что все существующие клеточные образования различного предназначения (как растительного, так и животного) характеризуются одинаковым строением клеточной мембраны, что определяется материальным единством окружающего мира [21].

Проведенные исследования по воздействию статического магнитного поля на эритроцитарные мембраны позволяют сделать вывод, что данный объект является магниточувствительным и эритро-

цит, так же как и любой микробиологический объект, характеризуется своим магнитным профилем [21]. При этом особый интерес представляет рассмотрение физических особенностей механизма воздействия магнитного поля на эритроцитарные мембраны.

### Мембрана – основа исследований

Согласно Сингеру и Никольсону, структурную основу биологической мембраны составляет двойной слой фосфолипидов, инкрустированный белками (рис. 1).

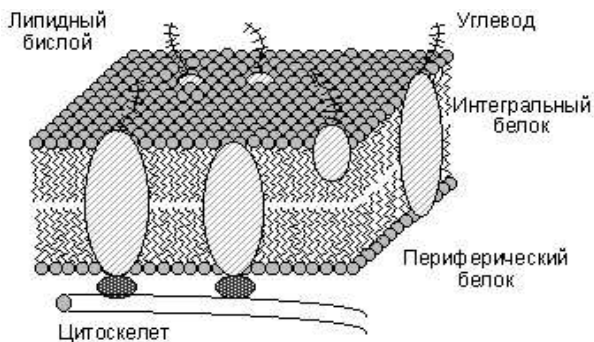


Рис. 1. Жидко-мозаичная модель биомембраны

Липиды находятся при физиологических условиях в жидком агрегатном состоянии, это позволяет сравнить мембрану с фосфолипидным морем, по которому плавают белковые «айсберги». Одним из подтверждений жидкостно-мозаичной модели является и тот факт, что, как установлено химическим анализом, в разных мембранах соотношение между содержанием белков и фосфолипидов сильно колеблется: количество белков в миелиновой мембране в 2,5 раза меньше, чем липидов, а в митохондриях, напротив, белков в 2,5 раза больше, чем липидов, в то время как, согласно «бутербродной» модели, соотношение количества белков и липидов во всех мембранах должно быть одинаковым.

Жидкостно-мозаичная модель строения мембраны в настоящее время общепринята (рис. 1). Однако, как всякая модель, она дает довольно упрощенную и схематическую картину строения мембраны. В частности, обнаружено, что белковые «айсберги» не всегда свободно плавают в липидном море, а могут быть «заякорены» на внутренние (цитоплазматические) структуры клетки. К таким структурам относятся микрофиламенты и микротрубочки. Микротрубочки – полые цилиндры диаметром около 300 нм из особого белка тубулина – играют важную роль цитоскелета в функционировании клетки [5].

### Основные компоненты биологических мембран

#### Мембранные липиды

Липидные бислои образуются *амфифильными* молекулами. Амфифильными эти молекулы называют потому, что они состоят из двух частей, различных по своей растворимости в воде: полярной «головки», обладающей высоким сродством к воде, т. е. *гидрофильной*, и «хвоста», образуемого неполярными углеводородными цепями жирных кислот; эта часть молекулы обладает низким сродством к воде, т. е. *гидрофобна* (рис. 2).

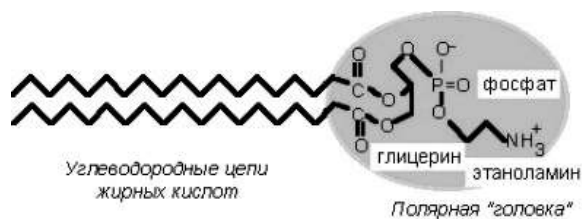


Рис. 2. Схематическое изображение строения молекулы фосфолипида

*Липиды* – низкомолекулярные органические вещества, которые извлекаются из клеток животных, растений и микроорганизмов неполярными растворителями, такими как хлороформ, эфир, бензол. Долгое время считалось, что липидам принадлежит довольно скромная роль в жизнедеятельности клеток – служить формой депонирования запасов метаболического топлива, принимать участие в некоторых защитных реакциях и т. д. Но в последние годы выявилось кардинальное значение липидов как активных компонентов биологических мембран.

#### Основные классы липидов

Липиды принято разделять на две основные группы: *нейтральные и фосфолипиды*. Фосфолипиды, в свою очередь, подразделяются на 2 группы: *глицерофосфолипиды* (производные фосфатидной кислоты) и *сфингофосфолипиды* (производные церамида, сфингомиелины).

#### Фосфолипиды

Главными представителями фосфолипидов являются *фосфоглицериды*.

$R_1$  и  $R_2$  – радикалы жирных кислот,

$X$  – полярная головка (спиртовой остаток).

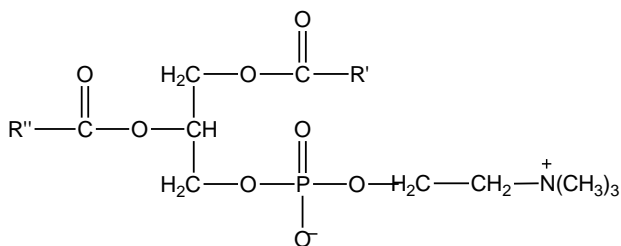
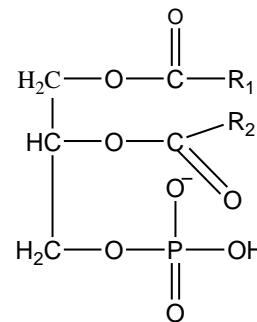
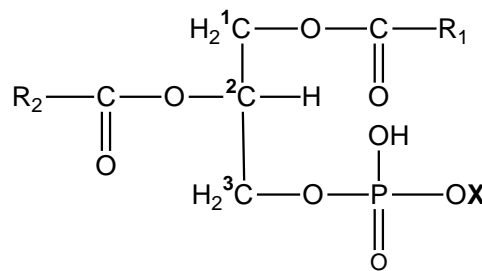


Молекула фосфоглицеридов содержит полярную головку, связанную с  $C^3$  и два неполярных углеводородных хвоста, связанных с  $C^2$  и  $C^1$ . Соединения такого типа, содержащие сильно гидрофобные и сильнополярные группы, называются амфипатическими. Полярные головки фосфолипидов могут нести отрицательный либо одновременно отрицательный и положительный заряды. Последние обуславливают общий нейтральный заряд молекулы фосфолипида. Эти свойства очень важны, так как суммарный заряд мембран определяет функциональное состояние клеток и субклеточных структур.

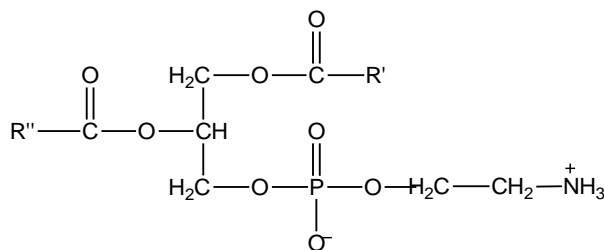
### Отдельные представители фосфолипидов

**Фосфатидная кислота.** В биологических мембранах фосфатидная кислота содержится в незначительных количествах и, по-видимому, особо важной роли как структурный компонент не играет, но является исходным продуктом для биосинтеза других фосфолипидов.

Фосфатидилхолин (лецитин) и фосфатидилэтаноламин (кефалин) составляют 50 % клеточных фракций.



Фосфатидилхолин (лецитин)



Фосфатидилэтаноламин (кефалин)

Фосфатидилхолин и фосфатидилэтаноламин метаболически связаны друг с другом и являются главными структурно-функциональными компонентами биологических мембран.

Рассмотрим более подробно строение эритроцитарной мембраны.

Согласно современным представлениям, все клеточные и внутриклеточные мембраны устроены сходным образом: основу мембраны составляет двойной молекулярный слой липидов (липидный бислой), на котором и в толще которого находятся белки. Во всех живых клетках биологические мембраны выполняют функцию барьера, отделяющего клетку от окружающей среды и разделяющего внутренний объем клетки на сравнительно изолированные «отсеки» (compartments). Сами по себе перегородки, разделяющие клетки на отсеки, построены из двойного слоя липидных молекул (называемого часто липидным бислоем) и практически непроницаемы для ионов и полярных молекул, растворимых в воде. Но в этот липидный бислой встроены многочисленные белковые молекулы и молекулярные комплексы, одни из которых обладают свойствами селективных (т.е. избирательных) каналов для ионов и молекул, а другие – свойствами насосов, способных активно перекачивать ионы через мембрану.

Как видно на рис. 3, ориентация фосфолипидных головок соответствует перпендикулярности хвоста поверхности мембраны.

В монографии А.Л. Чижевского [18] рассматривается физическая модель эритроцита. Там показано, что весь положительный заряд сосредоточен на торовидной части пропорционально положительной кривизне его поверхности (рис. 4). Более того, области с минимальной кривизной обладают меньшей упругостью и жесткостью [18].

Исходя из этих рассмотрений можно сделать вывод о неоднозначной активности функционирования частей поверхности эритроцита (рис. 5).

Таким образом, можно выдвинуть гипотезу об анизотропии отдельных частей поверхности эритроцита (часть I и часть II) и следующем из этого неоднозначном поведении эритроцита при

внешнем воздействии как на поверхность I, так и на поверхность II. Это связано с тем, что больше фосфолипидных головок сосредоточено в местах с большей кривизной. Тем самым и объясняется анизотропность поверхности эритроцита.

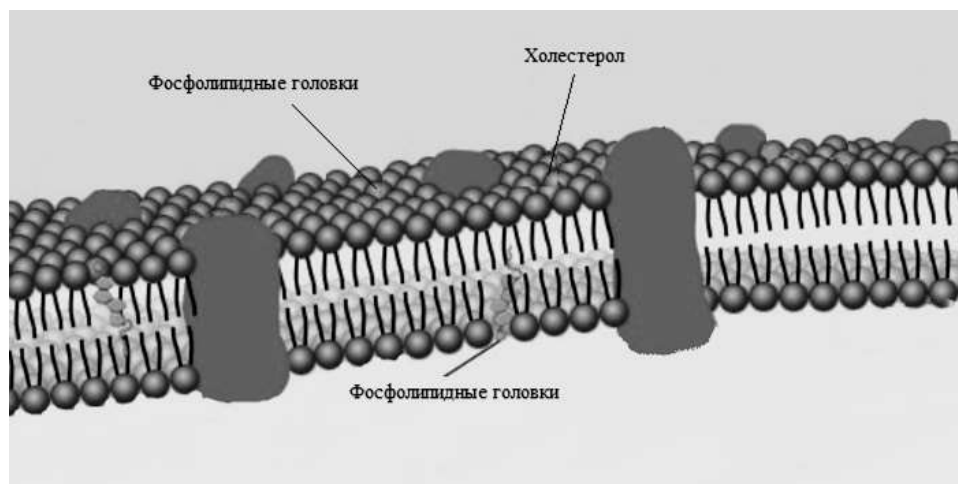


Рис. 3. Общая схема строения мембраны

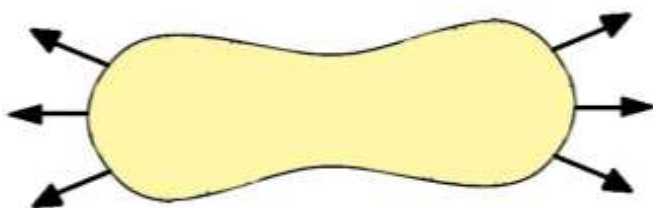


Рис. 4. Схематическое изображение локализации зарядов на торвидной поверхности эритроцита

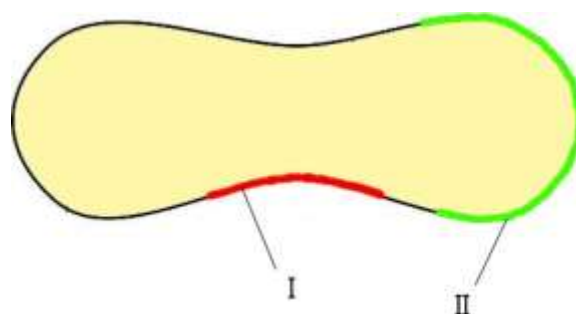


Рис. 5. Анизотропность геометрической поверхности эритроцита

При рассмотрении геометрической модели мембраны следует отметить, что, несмотря на ее малую толщину (не более 10 нм), отношение площадей поверхностей внутреннего и внешнего слоя является показателем геометрической формы эритроцита в целом и нормальному состоянию (двояковогнутый диск) соответствует характеристическое значение этого отношения  $Q_{норм.}$  ( $Q_{норм.} = \frac{S_{внеш.}}{S_{внут.}}$ ) [8].

При этом имеются данные о генерации эхиноцитов в результате внешнего механического воздействия, и при этом данный результат коррелирует с увеличением параметра  $Q_{норм.}$  за счет уменьшения площади поверхности внутреннего слоя [15]. Авторы объясняют полученный экспериментальный результат следующим образом: отдельная фосфолипидная головка внутреннего слоя, имеющая отрицательный заряд, после механического «выдергивания» перемещается к положительно заряженному внешнему слою и встраивается между фосфолипидными головками внешнего слоя. После этого в данной точке происходит вырост шипа, то есть имеет место формирование эхиноцита.

Авторы отмечают, что такое незначительное «выдергивание» фосфолипидных головок на уровне 0,625 % от общего количества, соответствующее незначительному изменению  $Q_{норм.}$ , приводит к такому значимому результату, как формирование эхиноцита. Патология формирования эхиноцитов заключается в том, что области локализации шипов не участвуют в функционировании эритроцита. Таким образом, образование эхиноцитов адекватно свидетельствует о старении крови, при этом в естественных условиях пробы крови полностью заполняются эхиноцитами в течение 10-72 часов (время определяется индивидуальными особенностями каждого образца крови) [22].

### Расчеты собственного магнитного момента фосфолипидной головки

Известно, что молекулы фосфолипидов способны к нескольким видам подвижности в бислое [5].

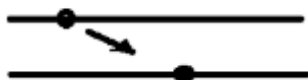


Рис. 6. 1-й вид. Движение головки между внешним и внутренним слоем эритроцита

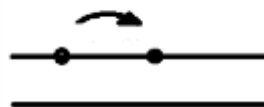


Рис. 7. 2-й вид. Движение по слою (внеш. или внут.)

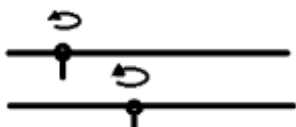


Рис. 8. 3-й вид. Вращательные движения фосфолипидной головки вокруг своей оси



Рис. 9. 4-й вид. Колебательные (вращательные) движения хвоста фосфолипидной головки

### Силловые взаимодействия собственного магнитного момента фосфолипидной головки и внешнего магнитного поля

**Магнитный момент  $\vec{M}$**  — основная величина, характеризующая магнитные свойства вещества (источником магнетизма, согласно классической теории электромагнитных явлений, являются электрические макро- и микроток; элементарным источником магнетизма считают замкнутый ток).

Для нашей задачи магнитный момент находится из соотношения

$$|\vec{M}| = \mu_0 i S \text{ [Вб} \cdot \text{м]},$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{\Gamma\text{Н}}{\text{м}} \right].$$

Магнитный момент можно определить. Воспользуемся магнитостатической аналогией

Известно, что если в пространство, в котором имеется магнитное поле  $H$  внести магнитный заряд  $m$ , то на него будет действовать сила  $F$ :

$$F = m * H \text{ [Н]}.$$

Фосфолипидную головку можно интерпретировать как магнитный диполь с зарядами  $+m$  и  $-m$ , образующими полюса диполя и с расстоянием между полюсами  $l$ . При этом данное расстояние соответствует диаметру фосфолипидной головки, тогда

$$|\vec{M}| = m * l \text{ и } m = |\vec{M}|/l.$$

Поэтому сила, действующая на фосфолипидную головку в поле напряженностью  $H$ , будет выглядеть таким образом:

$$F = |\vec{M}| * H/l.$$

Проведем расчет магнитного кругового тока, образованного вращением фосфолипидной головки вокруг оси симметрии. Известно, что заряд фосфолипидной головки внутреннего мембранного слоя равен  $2e$ , а вращение соответствует повороту на 1 радиан за время  $10^{-14}$  с [10]. Тогда соответствующий круговой ток будет равен

$$J = 10^{14} \cdot 2\pi / 2e ;$$

$$J = 0,51 \cdot 10^{-5} \text{ А} .$$

Площадь соответствующего контура будет

$$S = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (1,6)^2 \cdot 10^{-18} = 8,1 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2.$$

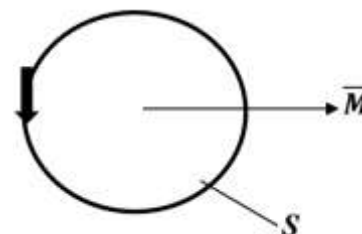


Рис. 10. Магнитный момент фосфолипидной головки

Таким образом, собственный магнитный момент фосфолипидной головки равен

$$|\vec{M}| = \mu_0 JS = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,51 \cdot 10^{-5} \cdot 8,1 \cdot 10^{-18} = 0,52 \cdot 10^{-28} \text{ [Вб}\cdot\text{м]}$$

Известен экспериментальный факт генерации эхиноцитов при использовании в качестве предметного стекла тонкой зеркальной поверхности. При этом механизм воздействия на фосфолипидную головку внутреннего мембранного слоя зарядом  $2e$  может быть объяснен за счет кулоновского взаимодействия с возникающим фиктивным «зеркальным» зарядом. Оценим возникшую кулоновскую силу.

Расчет будем производить при учете реальных расстояний для мазков крови:

$$F_{\text{кул}} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{2e \cdot 2e}{d^2},$$

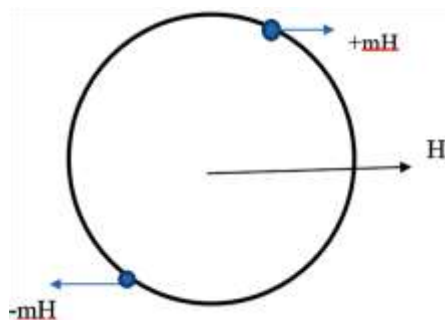
$$F_{\text{кул}} = 0,45 \cdot 10^{-22} \text{ Н.}$$

Проведем расчет смещающего действия внешнего магнитного поля  $H$  на фосфолипидную головку, обладающую собственным магнитным моментом  $\vec{M}$ . Будем рассматривать случай, когда  $H = 1300$  Э или  $H = 104 \cdot 10^3$  А/м. При этом градиент поля в зоне воздействия составил  $0,93 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>. Тогда

$$F_{\text{кул}} = |\vec{M}| \frac{\partial H}{\partial x} = 0,48 \cdot 10^{-22} \text{ Н}$$

Сравнение полученных расчетных величин ( $0,45 \cdot 10^{-22}$  Н – достаточная сила, чтобы образовался эхиноцит,  $0,48 \cdot 10^{-22}$  Н – сила внешнего магнитного поля) подтверждает гипотезу о силовом воздействии магнитного поля на фосфолипидные головки внутреннего мембранного слоя.

### ***Фазовый резонанс и гипотеза нарушения структуры внутреннего мембранного слоя под действием магнитного поля***



Если угол между магнитным моментом фосфолипидной головки  $\vec{M}$  и вектором напряженности внешнего магнитного поля  $\vec{H}$  будет отличен от нуля, то в силу интерпретации фосфолипидной головки магнитным диполем возникнут две силы, которые, действуя так, как показано на рисунке, образуют момент пары сил:

$$\alpha = -m l H \sin \theta.$$

Поворот заканчивается ориентацией магнитного момента фосфолипидной головки вдоль направления поля и далее начинает действовать следующая сила  $F$ :

$$F_x = m l \frac{\partial H}{\partial x}.$$

Сомножитель  $\frac{\partial H}{\partial x}$  характеризует изменение магнитного поля вдоль оси  $x$ . Рассмотрим совокупное воздействие колебательного движения белкового цитоскелета и смещающего действия магнитного поля вдоль направления колебательного движения белкового цитоскелета.

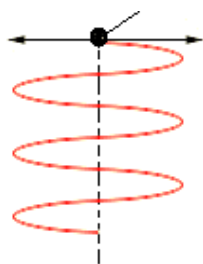


Рис. 11. Колебания цитоскелета

### ***Точка равновесного центра цитоскелета***

Так как белковая ветвь цитоскелета прикреплена к внутреннему слою мембраны, имеет место кинематическая связь фосфолипидной головки внутреннего слоя мембраны и ветви цитоскелета. Поэтому при совпадении направления тягового усилия цитоскелета и смещающего действия внешнего магнитного поля на фосфолипидную головку (совпадение фаз двух воздействующих факторов) возникают наиболее благоприятные условия для выбивания фосфолипидной головки из мембранной стенки.

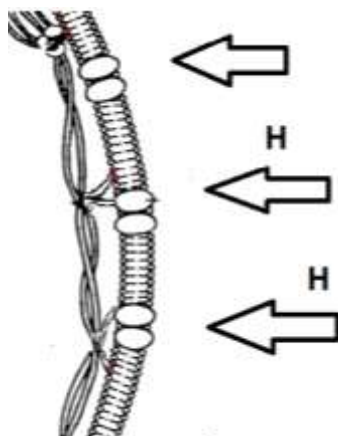


Рис. 12. Мембрана эритроцита и её нитевидный цитоскелет при наличии внешнего магнитного поля

***Генерация эхиноцитов как следствие разрушения внутреннего мембранного слоя под действием внешнего магнитного поля***

Из учебного пособия по биотехнологии [23] известно, что кинетические кривые роста микроорганизмов в закрытых системах характеризуются типичными фазами развития (рис. 13).

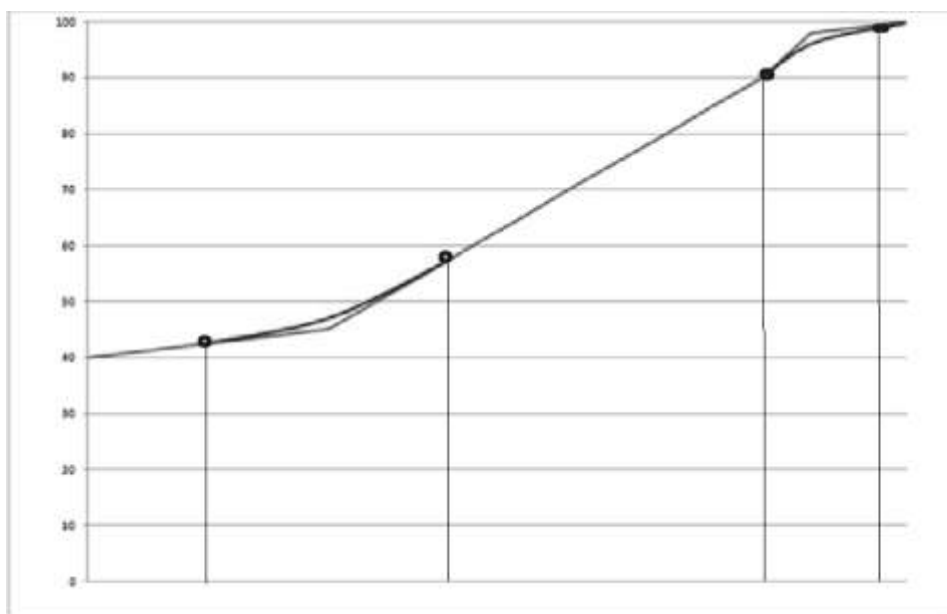


Рис. 13. Кинетические кривые роста

1 – Индукционный период (лаг-фаза); в этот период не происходит заметного роста числа клеток, происходит перестраивание клеточного метаболизма.

2 – Фаза экспоненциального роста, в течение которой происходит накопление продуктов различных реакций, характеризуется непродолжительным периодом.

3 – Фаза линейного роста, характеризуется равномерным увеличением числа клеток.

4 – Фаза замедления роста количества клеток до нуля, характеризуется непродолжительным периодом.

5 – Стационарная фаза, характеризуется постоянством общего количества клеток и высокими скоростями отмирания клеток.

Учитывая непродолжительность фаз № 2 и № 4, данную кривую можно аппроксимировать следующим образом (рис. 14), а уже этот график соответствует функции, заданной с помощью предела [24].

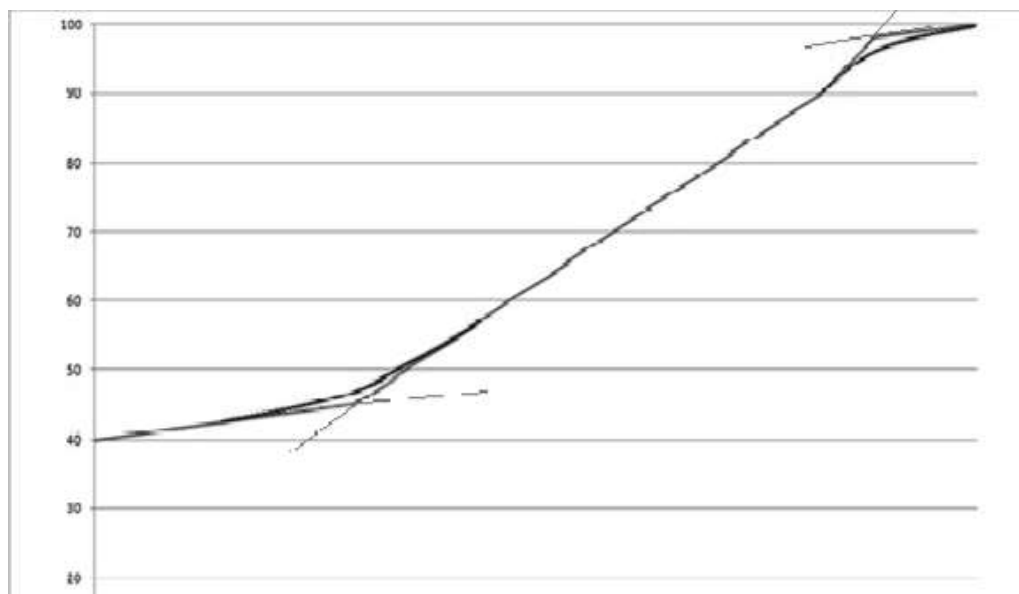


Рис. 14. Аппроксимация кинетической кривой роста

#### ***Итоги экспериментальных исследований по генерации эхиноцитов в результате воздействия внешнего магнитного поля***

В процессе исследований был произведен анализ результатов по 20 пациентам-добровольцам, наиболее характерные из них представлены ниже (рис. 15-17).

Рассматривая графики экспериментальных исследований зависимости  $N(B)$ , можно отметить следующую корреляционную зависимость:

1. Степень тяжести заболевания (состояние больного) однозначно определяется стартовым значением магнитной индукции  $B_{кр.}$  (точка бифуркации).
2. Степень тяжести заболевания (состояние больного) однозначно определяется наклоном части кривой, соответствующей процессу генерации эхиноцитов.
3. Полученные графические результаты можно аппроксимировать с помощью функции, заданной в следующем виде [24]:

$$N = N_0 \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + \left(\frac{B}{B_{кр.}} - tg\alpha\right)^n}.$$

#### **Заключение**

Задача исследования механизма формирования эхиноцитов в результате воздействия на эритроциты внешним магнитным полем является актуальной в силу того, что представляет собой составную часть разрабатываемой в настоящее время общей теории старения человеческого организма под действием внешних физических факторов [25]. Следует отметить, что решение данной задачи предполагает разработку магнитной модели эритроцита, что в настоящее время еще не проводилось. Таким образом, поставленная задача характеризуется очевидной новизной.

С точки зрения практической значимости экспериментальных исследований в данном направлении следует отметить возможность корреляционной зависимости патологического состояния организма в целом и характерных особенностей кривой, интерпретирующей формирование эхиноцитов под действием статического магнитного поля (рис. 15-17), то есть имеет место возможность разработки новой диагностической методики определения заболевания на ранней стадии.

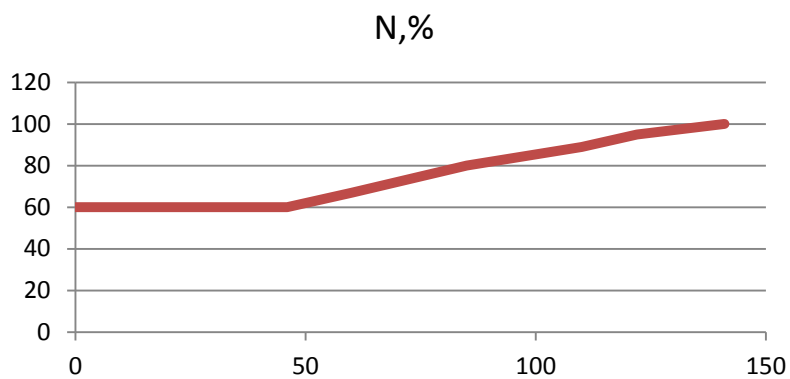


Рис. 15. Пациент, 49 лет, послеоперационное состояние

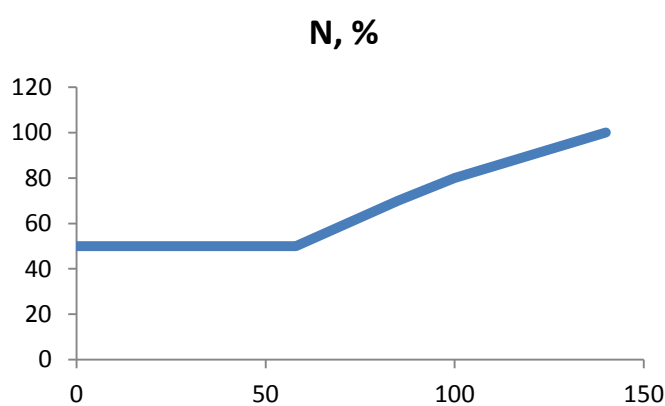


Рис. 16. Пациент, 48 лет, коксартроз

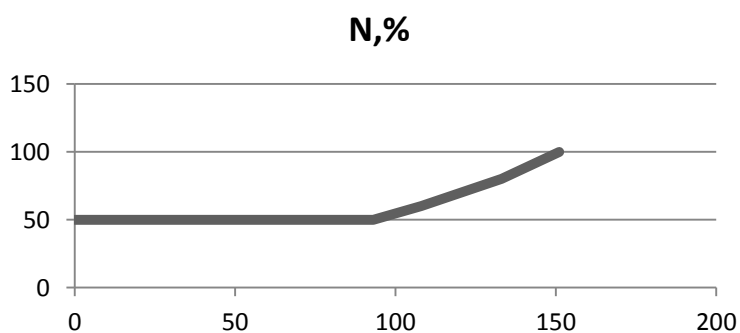


Рис. 17. Пациент, 40 лет, коксартроз

Что касается дальнейших перспективных исследований, представляется целесообразным изучение процесса генерации эхиноцитов в магнитном поле в случае заболеваний кардиологического направления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gabor D. A new microscopy principle // Nature. 1996. 161. P. 777-778
2. Artmann G.N. // Biophysical Journal. 1997. Vol. 72 march. P. 1434-1441.

3. Nagaо E., Dvorak J.A. Phase imaging by atomic force microscopy: analysis of living homeothermic vertebrate cells // *Biophys. J.* 1999. Vol. 76. P. 3289-3297.
4. Павлов А.Н. Диамagnetизм микробиологических объектов. Саратов: Научная книга, 2003. 84 с.
5. Биофизика мембранных процессов: для студентов специальности «Биофизика» / сост. О.И. Доценко. Донецк: ДонНУ, 2011. 175 с.
6. Болдырев А.А., Кайвярайнен Е.И., Илюха В.А. Биомембранология: учеб. пособие. Петрозаводск: Изд-во Карел. НЦ РАН, 2006. 226 с.
7. Варфоломеев С.Д., Калюжный С.В. Кинетические основы микробиологических процессов: учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1990. 296 с.
8. Бранков Г. Основы биомеханики: пер. с болг. М.: Мир, 1981. 255 с.
9. Гуляев Ю.В., Гозик Э.Э. Физические поля биологических объектов // *Вестник АН СССР.* 1983. С. 118-125.
10. Ивков В.Г., Берестовский Г.Н. Липидный бислой биологических мембран. М.: Наука, 1982. 359 с.
11. Конев С.В. Структурная лабильность биологических мембран и регуляторные процессы. Минск: Наука и техника, 1987. 238 с.
12. Новицкий В.В., Рязанцева Н.В., Степовая Е.А. Физиология и патофизиология эритроцита. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 200 с.
13. Новицкий В.В., Рязанцева Н.В., Степовая Е.А. Физиология и патофизиология эритроцита. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 202 с.
14. Овчинников Ю.А. Биоорганическая химия. М.: Просвещение, 1987. 815 с.
15. Рябов С.И. Основы физиологии и патологии эритропоэза. Л.: Медицина, 1991. 254 с.
16. Кононенко В.Л. Соотношение регулярности и хаотичности в динамике индивидуальных эритроцитов: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 03.00.02. М.: РАН, 2007. 372 с.
17. Степовая Е.А., Новицкий В.В., Рязанцева Н.В. Участие эритроцита в патологическом процессе // *Клиническая медицина.* 2004. Т. 82. № 1. С. 53-56.
18. Сторожок С.А., Санников А.Г., Захаров Ю.М. Молекулярная структура мембран эритроцитов и их механические свойства. Тюмень, 1999. 140 с.
19. Чижевский А.Л. Электрические и магнитные свойства эритроцитов. Киев: Наукова думка, 1973.
20. Трошкина Н.А., Циркин В.И., Дворянский С.А. Эритроцит: строение и функции его мембраны. М.: Мир, 2007. 315 с.
21. Павлов А.Н., Ляшенко А.В. Эндотаксиальные магнитные структуры в ЦНД-содержащих магнитных пленках и их физические аналоги. М.: Наука, 2006. 149 с.
22. Фирсов Н.Н., Джанашия П.Х. Введение в экспериментальную и клиническую гемореологию. М.: ГОУ ВПО «РГМУ», 2004. 208 с.
23. Варфоломеев С.Д., Калюжный С.В. Кинетические основы микробиологических процессов: учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1990. 296 с.
24. Райхмист Р.Б. Графики функций: справ. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1991. 160 с.
25. Бородулин В.Б. Биохимические основы единой теории старения // *Успехи геронтологии.* 2008. Т. 21. № 4. С. 535-545.

**Павлов Александр Николаевич** –  
кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Физика» Саратовского государственного  
технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Alexander N. Pavlov** –  
Ph.D., Associate Professor  
Department of Physics  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Фейзулин Рамиль Алимжанович** –  
магистр техники и технологий  
Саратовского государственного технического  
университета имени Гагарина Ю.А.

**Ramil A. Feyzulin** –  
master of engineering and technologies  
Yuri Gagarin State Technical  
University of Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*



С.П. Романчук, Ю.В. Клинаев, Д.В. Терин, С.А. Корчагин

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

*Рассмотрено влияние анизотропии формы включений на свойства нанокompозита. Проведен анализ частотной зависимости при различной ориентации проводящих частиц в диэлектрике на основе обобщенной модели Максвелла-Гарнетта. Продемонстрирована зависимость эффективной диэлектрической проницаемости от формы и ориентации включений Au в матрице  $Al_2O_3$ .*

Гетерогенные среды, композитные материалы, анизотропные среды, диэлектрическая проницаемость, математическое моделирование

S.P. Romanchuk, Yu.V. Klinaev, D.V. Terin, S.A. Korchagin

## MATHEMATICAL MODELING OF ANISOTROPIC MEDIA PROPERTIES

*The paper considers the effect of the shape anisotropy of inclusions on the properties of the nanocomposite. Analysis of the frequency dependence under various orientations of conductive particles in the dielectric on the basis of the generalized model of the Maxwell-Garnett is conducted. It demonstrates the dependence of effective permittivity of the shape and orientation of the Au inclusions in the  $Al_2O_3$  matrix  $f$ .*

Heterogeneous mediums, composite materials, anisotropic media, permittivity, mathematical modeling

Композиты, состоящие из диэлектрической матрицы с проводящими включениями, являются перспективными материалами в технологиях микро- и оптоэлектроники [1]. На свойства нанокompозитного материала сильное влияние оказывают характеристики веществ, которые входят в его состав, а также форма и размер включений и ориентация частиц в матрице. Разнообразие способов и форм включений является основной причиной возникновения оптической анизотропии [2].

Одним из подходов при исследовании свойств нанокompозитов является теория эффективной среды. Данный подход характеризуется тем, что смесь нанокластеров можно рассматривать как новую гомогенную среду с эффективными характеристиками [2]. Особый интерес представляет обобщенная модель Максвелла – Гарнетта с учетом фактора деполяризации [3], т. к. модель охватывает широкий спектр форм частиц и учитывает ориентацию включений в пространстве. Данную модель применяют к матричным средам с включениями в форме сфероидов, что позволяет использовать в качестве частиц включений пластины, стержни, сферы и эллипсоиды вращения [4]. Таким образом, используя обобщенную модель Максвелла – Гарнетта, можно провести анализ электродинамических свойств гетерогенных сред различной морфологии.

Рассмотрим варианты композитов с ориентированными частицами нормально вектору электромагнитного поля (рис. 1 а), коллинеарно вектору электромагнитного поля (рис. 1 б) и с хаотически расположенными частицами (рис. 1 в). Для учета анизотропии формы включений вычисляется фактор деполяризации:

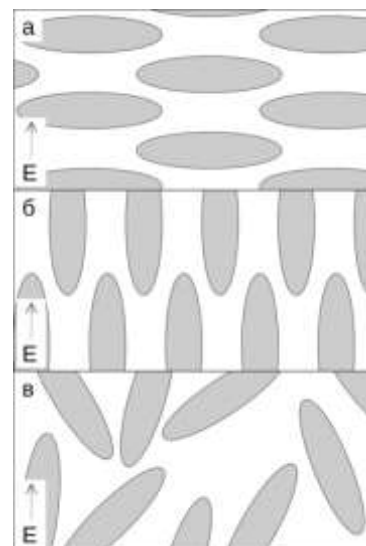


Рис. 1. Расположение включений в матрице относительно вектора поля: а) нормально, (б) параллельно, (в) хаотически

$$N_x = \frac{abc}{3} \int_0^\infty \frac{ds}{(s+a^2)^{3/2}(s+b^2)^{1/2}(s+c^2)^{1/2}}, \quad (1)$$

где  $a, b, c$  – длина полуосей эллипсоида вдоль осей координат  $x, y, z$ .

Для одиночного эллипсоида с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_p$ , который находится в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_m$ , напряженность поля  $E_1$  внутри эллипсоида при направлении внешнего поля  $E_0$  вдоль оси  $x$  выражается следующим уравнением [3]:

$$E_1 = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_m + (\epsilon_p - \epsilon_m)N_x} E_0. \quad (2)$$

Факторы деполяризации для вытянутого и сплюснутого эллипсоида вращения (сфероид) можно получить по следующим соотношениям соответственно (3) и (4) [3].

$$N_x = \frac{(1-\alpha^2)(\text{Arth}(\alpha) - \alpha)}{\alpha^3}; \quad (3)$$

$$N_x = \frac{(1-\beta^2)(\beta - \text{arctg}(\beta))}{\beta^3}, \quad (4)$$

где  $\alpha = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$ ,  $\beta = (b^2/a^2 - 1)^{1/2}$ .

На основе приведенных выражений исследовано влияние анизотропии формы включений в матричном композите на эффективную диэлектрическую проницаемость материала. Для проведения численного моделирования использовались данные из источника [5], диэлектрическая матрица – оксид алюминия ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), проводящие включения – наночастицы золота (Au), объемная доля включений – 0.1, в диапазоне длин волн от 200 нм до 1000 нм.

Моделирование проводилось с использованием разработанного программного комплекса «Математическое моделирование и многокритериальный анализ нелинейных свойств композиционных материалов на основе эффективной среды» [6].

Построены графики частотной зависимости композита при различной ориентации наночастиц (рис. 1-3). Форма частиц от сплюснутых ( $a = 1$  нм,  $a = 3$  нм,  $b = 5$  нм) до сильно вытянутых ( $a = 10$  нм,  $a = 20$  нм,  $a = 100$  нм,  $b = 5$  нм) сфероидов. Графики демонстрируют зависимость свойств композита от ориентации и формы частиц. Значения диэлектрической проницаемости среды с включениями в форме сфер ( $a = 5$  нм,  $b = 5$  нм) на всех графиках остаются неизменными.

Численное моделирование характеристик анизотропной гетерогенной среды позволяет оценить влияние фактора деполяризации на эффективные свойства.

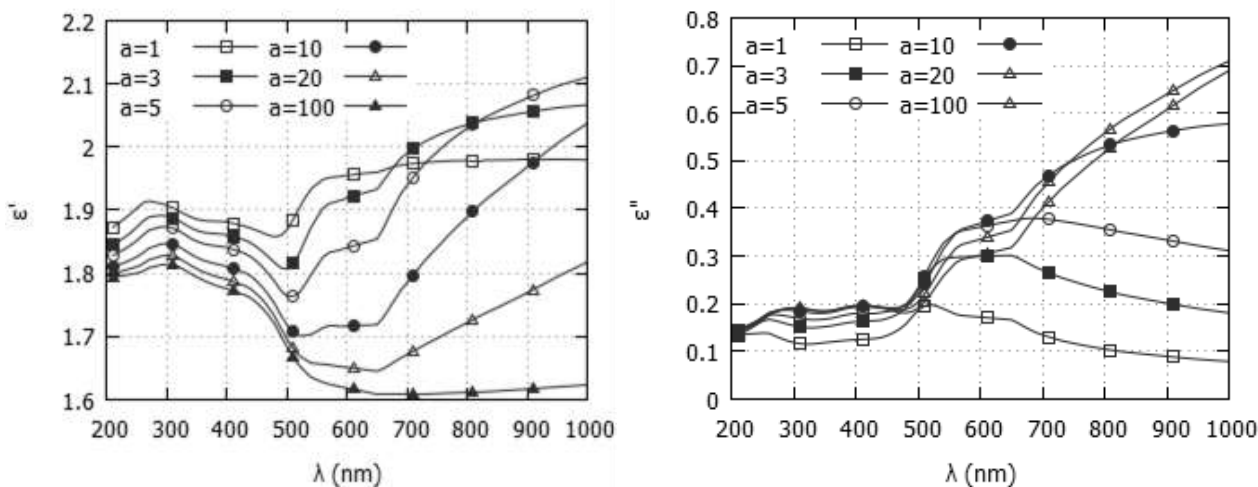


Рис. 2. Частотная зависимость диэлектрической проницаемости композита при коллинеарном расположении частиц относительно вектора поля

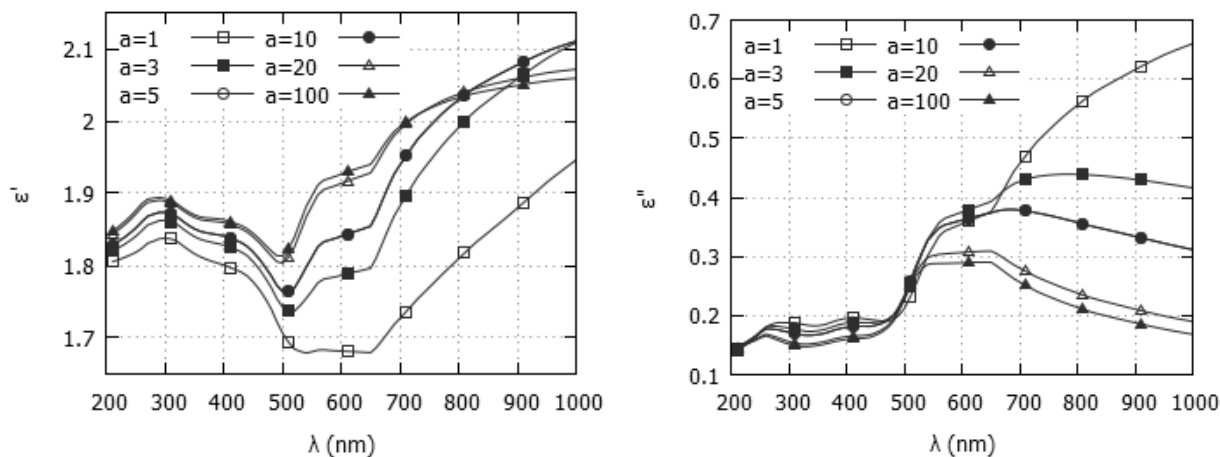


Рис. 3. Частотная зависимость диэлектрической проницаемости композита при нормальном расположении частиц относительно вектора поля

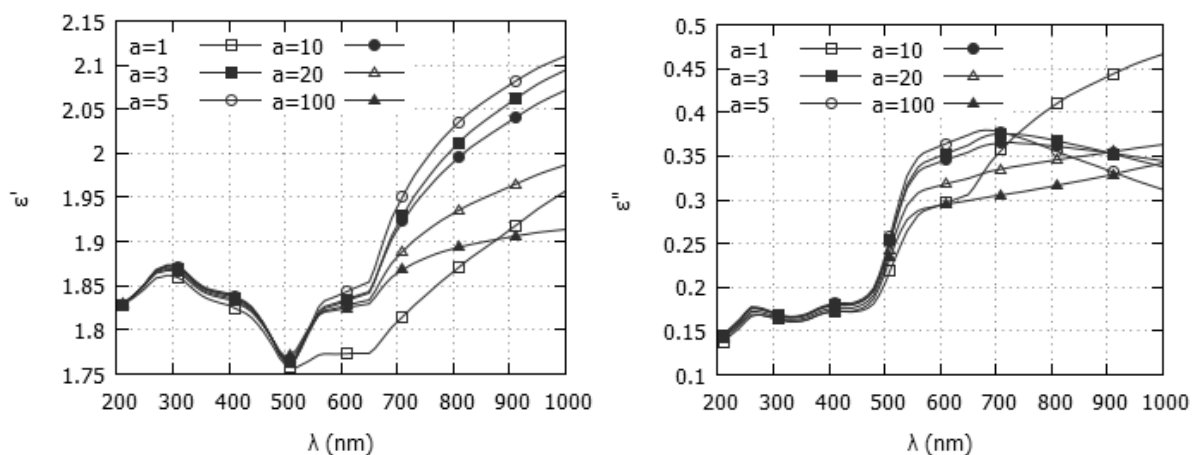


Рис. 4. Частотная зависимость диэлектрической проницаемости композита при хаотическом расположении частиц относительно вектора поля

Рассмотрены матричные смеси с включениями в форме сфероидов и представлены результаты исследования зависимости комплексной диэлектрической проницаемости нанокompозитного материала от формы и ориентации включений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов А.Л. Синтез наночастиц меди в сапфире методом ионной имплантации // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. № 20. С. 58-65.
2. Головань Л.А., Тимошенко В.Ю., Кашкаров П.К. Оптические свойства нанокompозитов на основе пористых систем // Успехи физических наук. 2007. Т. 177. № 6. С. 619-638.
3. Высокочастотный нагрев в электрическом поле / А.В. Нетушил и др. М.: Высш. шк., 1961.
4. Челидзе Т.Л., Деревянко А.И., Кириленко О.Д. Электрическая спектроскопия гетерогенных систем. Киев: Наукова думка, 1977. 230 с.
5. Palik E.D. Handbook of Optical Constants of Solids. Academic, San Diego, CA (1985).
6. Свидетельство № 2014615533 Российская Федерация. Программный комплекс «Математическое моделирование и многокритериальный анализ нелинейных свойств композиционных материалов на основе моделей эффективной среды»: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ / С.П. Романчук, Д.В. Терин; заявитель и патентообладатель Романчук Сергей Петрович, Терин Денис Владимирович. № 2014612918/69; заявл. 02.04.2014; зарегистр. 28.05.2014. [1] с.

**Романчук Сергей Петрович** – ассистент кафедры «Техническая физика и информационные технологии» Энгельского технологического института (филиала) Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Клинаев Юрий Васильевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Техническая физика и информационные технологии» Энгельского технологического института (филиала) Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Терин Денис Владимирович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Техническая физика и информационные технологии» Энгельского технологического института (филиала) Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Корчагин Сергей Алексеевич** – аспирант кафедры «Техническая физика и информационные технологии» Энгельского технологического института (филиала) Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Sergey P. Romanchuk** – Assistant Lecturer, Department of Technical Physics and Information Technologies, Engels Institute of Technology – Branch of Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Yuri V. Klinaev** – Dr. Sc., Professor Department of Technical Physics and Information Technologies, Engels Institute of Technology – Branch of Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Denis V. Terin** – Ph.D., Associate Professor Department of Technical Physics and Information Technologies, Engels Institute of Technology – Branch of Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Sergey A. Korchagin** – Postgraduate Department of Technical Physics and Information Technologies, Engels Institute of Technology – Branch of Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*

УДК 621.3.019

**Б.И. Филиппов**

### **АПОСТЕРИОРНЫЙ АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ**

*Показан порядок проведения статистических испытаний радиоэлектронных систем по различным процедурам. Определены оценки: среднего времени безотказной работы, достоверности среднего времени безотказной работы, длительности испытаний. Показано, что при оценке среднего времени безотказной работы метод максимального правдоподобия эффективнее испытаний  $[n, B, r]$ .*

Радиотехническая система, время безотказной работы, длительность испытаний

**B.I. Filippov**

### **A POSTERIORI RELIABILITY ANALYSIS OF RADIO-ELECTRONIC SYSTEMS**

*The order of statistical tests for radio-electronic systems according to various procedures is shown. The estimates are defined for the average time of a non-failure operation, the reliability of the average time of a non-failure operation, and duration of tests. It is shown that under assessment of the average time of a non-failure operation, the method of maximum likelihood is more efficient than the tests  $[n, B, r]$ .*

Radio-electronic system, time of a non-failure operation, duration of tests

## 1. Задачи апостериорного анализа

Апостериорный анализ надёжности выполняется после изготовления опытной партии аппаратуры с целью определения её характеристик надёжности. Для этого проводятся статистические испытания аппаратуры радиоэлектронных систем (РЭС) по одной из нижеперечисленных процедур [1]:

а) процедура  $[n, B, r]$  предполагает, что в испытаниях участвует  $n$  РЭС до  $r$  отказов без замены отказавших систем;

б) процедура  $[n, B, r]$  предполагает, что в испытаниях участвует  $n$  РЭС до  $r$  отказов с заменой отказавших систем (восстановление);

в) процедура  $[n, B, T]$  предполагает, что в испытаниях участвует  $n$  РЭС в течение заданного времени  $T$  (длительность испытаний) без замены отказавших систем;

г) процедура  $[n, B, T]$  предполагает, что в испытаниях участвует  $n$  РЭС в течение заданного времени  $T$  с заменой отказавших систем (восстановление);

д) смешанные процедуры:  $[n, B, r/T]$  или  $[n, B, r/T]$  предполагают, что задана длительность испытаний и число отказов, испытания прекращаются, когда либо  $r$ , либо  $T$  достигают заданного значения; при этом если длительность испытаний до последнего отказа  $t_r \leq T$ , то обработка результатов выполняется по процедурам а) или б), если  $t_r > T$ , то обработка результатов выполняется по процедурам в) или г);

е) процедура  $[n, B, n]$  – испытания проводятся до отказа всех  $n$  РЭС, участвующих в испытаниях; эта процедура используется редко, в основном в тех случаях, когда необходимо определить статистические характеристики последовательности отказов отдельных элементов РЭС.

Каждая из процедур испытаний имеет определённые достоинства и недостатки, некоторые из них будут показаны в последующих разделах.

Обработка результатов испытаний имеет целью решение одной из двух задач:

**1-я задача.** Определение характеристик надёжности изготовленных образцов РЭС.

**2-я задача.** Определение степени соответствия характеристик надёжности изготовленных образцов РЭС техническим условиям.

## 2. Определение характеристик надёжности по результатам испытаний (1-я задача).

### 2.1. Оценка среднего времени безотказной работы.

1. В результате испытаний по процедуре  $[n, B, r]$  без замены отказавших систем получена выборка моментов времени отказов системы  $(t_1, \dots, t_r)$ , по которой определена выборка интервалов времени между отказами  $(y_1, \dots, y_r)$  (рис. 1).

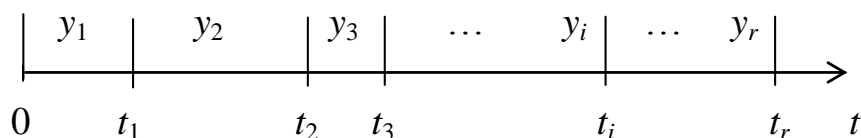


Рис. 1. Моменты отказов и интервалы между отказами

2. Сделана оценка полученной выборки на соответствия теоретической модели потока отказов (например, путём проверки соответствия функции распределения интервалов между отказами показательному закону распределения по критерию Колмогорова или критерию  $\chi^2$ ).

### Решение задачи

1. Так как моменты времени  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_i$  образуют последовательность зависимых случайных величин, в дальнейшем будем рассматривать интервалы времени между отказами  $y_1, y_2, \dots, y_i$ , которые являются взаимно независимыми случайными величинами с показательной функцией плотности вероятностей (ФПВ)

$$w(y_i) = \lambda(n-i+1) \exp\{-\lambda(n-i+1) y_i\}, \quad (1)$$

где  $\lambda = \frac{1}{t^*}$  – интенсивность отказов одной системы;  $t^*$  – среднее время безотказной работы одной системы,  $(n-i+1)$  – число систем, участвующих в испытаниях с учётом отказавших.

Совместная плотность вероятностей  $r$  интервалов  $y_i$  с учётом их независимости равна

$$w_r(y_i) = w_r(y_1, y_2, \dots, y) = \prod_{i=1}^r w(y_i). \quad (2)$$

2. Для определения оценки среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^*$  используем метод максимального правдоподобия (МП).

Обозначим функцию правдоподобия через

$$L_y(t^*) = \prod_{i=1}^r w(y_i). \quad (3)$$

В условиях решаемой задачи функция правдоподобия представляет собой ФПВ интервалов  $y$  при данном значении параметра  $t^*$ .

Сущность метода МП заключается в том, что в процессе обработки статистических данных вычисляется функция правдоподобия, а значение оценки искомого параметра ( $\hat{t}^*$  – оценка параметра  $t^*$ ) равно значению аргумента, при котором функция правдоподобия максимальна (рис. 2).

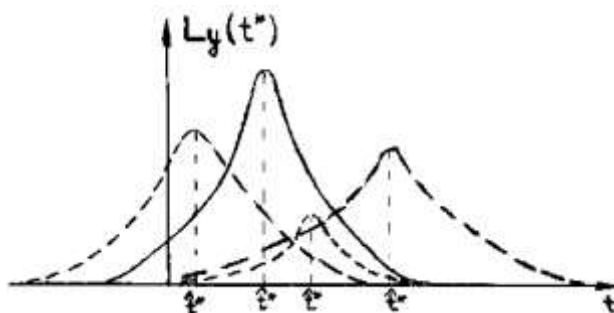


Рис. 2. Возможный вид функций правдоподобия

Тогда оценка среднего времени безотказной работы будет равна

$$\hat{t}^* = \hat{t}_{МП}^* = \arg \max L_y(t^*); \quad t^* \in (0; t). \quad (4)$$

3. Найдем  $\hat{t}_{МП}^*$ .

Для поиска экстремума функции правдоподобия необходимо решить уравнение  $\frac{\partial L_y(t^*)}{\partial t^*} = 0$ .

Так как любая монотонная функция от функции правдоподобия также является функцией правдоподобия, для упрощения решения перейдем к уравнению

$$\frac{\partial \ln L_y(t^*)}{\partial t^*} = 0. \quad (5)$$

С учётом (1) и (3) получим

$$L_y(t^*) = \prod_{i=1}^r w(y_i) = \prod_{i=1}^r \lambda(n-i+1)e^{-\lambda(n-i+1)y_i} = e^{-\sum_{i=1}^r \frac{1}{t^*}(n-i+1)y_i} \prod_{i=1}^r \frac{1}{t^*}(n-i+1), \quad (6)$$

$$\ln L_y(t^*) = \sum_{i=1}^r \left[ \ln(n-i+1) - \ln t^* - \frac{(n-i+1)}{t^*} y_i \right].$$

Заменим  $\lambda = 1/t^*$  и продифференцируем

$$\frac{\partial \ln L_y(t^*)}{\partial t^*} = \sum_{i=1}^r \left[ -\frac{1}{t^*} + \frac{n-i+1}{t^{*2}} y_i \right] = 0. \quad (7)$$

Решая (4), получим оценку среднего времени безотказной работы

$$\hat{t}^\bullet = \hat{t}^\bullet_{МП} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)y_i. \quad (8)$$

4. Преобразуем выражение (8) к моментам времени  $t_1, t_2, \dots, t_r$ .

$$y_i = t_r - t_{i-1}; \quad \hat{t}^\bullet = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)(t_i - t_{i-1}) = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)t_i - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)t_{i-1} = \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r \right].$$

Тогда

$$\hat{t}^\bullet = \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r \right], \quad (9)$$

где  $(n-r)t_r$  – суммарное время работы не отказавших систем;  $\sum_{i=1}^r t_i$  – суммарное время безотказной работы всех отказавших систем;  $\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r$  – суммарное время работы всех систем до  $r$ -го отказа.

## 2.2. Достоверность оценки среднего времени безотказной работы.

Полученная по экспериментальным данным оценка  $\hat{t}^\bullet$  является случайной величиной, точность приближения которой к истинному значению параметра  $t^*$  зависит как от объёма испытаний, так и от методики испытаний и обработки результатов, поэтому требует проверки полученной оценки на достоверность.

Проверка осуществляется по четырем позициям:

- 1) состоятельность оценки;
- 2) несмещённость оценки;
- 3) эффективность оценки;
- 4) достаточность оценки.

Проверка на *состоятельность* требует выполнения неравенства

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P\{|\hat{t}^\bullet - t^\bullet| > \varepsilon\} = 0 \quad \text{или} \quad \lim_{r \rightarrow \infty} P\{|\hat{t}^\bullet - t^\bullet| \leq \varepsilon\} = 1, \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  – сколь угодно малая величина.

Вероятность того, что отклонение оценки от истинного значения равно нулю, возрастает при увеличении числа отказов. В нашем случае оценка состоятельна в силу закона больших чисел.

Для *несмещённости* оценки необходимо, чтобы математическое ожидание оценки было равно истинному значению параметра, то есть

$$m\{\hat{t}^\bullet\} = t^\bullet, \quad \text{для любого значения } r. \quad (11)$$

Для полученной оценки

$$m\{\hat{t}^\bullet\} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1) \cdot m\{y_i\} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1) \frac{t^\bullet}{(n-i+1)} = t^\bullet \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r 1 = t^\bullet.$$

Следовательно, оценка  $\hat{t}^\bullet$  является несмещенной.

Для проверки *эффективности* оценки необходимо убедиться, что удовлетворяется неравенство Рао – Крамера:

$$\sigma^2(\hat{t}^\bullet) \geq \frac{1}{J_y(t^\bullet)}, \quad (12)$$

где  $\sigma^2(\hat{t}^\bullet)$  – дисперсия оценки;  $J_y(t^*)$  – информация по Фишеру, которая содержится в статистике  $y$  о параметре  $t^*$

$$J_y(\hat{t}^\bullet) = \sigma^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial \hat{t}^\bullet} \ln L_y(t^\bullet) \right\}. \quad (13)$$

В рассматриваемом случае  $L_y(t^*)$  – функция правдоподобия (3).

Оценка будет эффективной, если неравенство Рао – Крамера (12) становится равенством

$$\sigma^2(\hat{t}^\bullet) = \frac{1}{J_y(t^*)}. \quad (14)$$

Найдем дисперсию полученной оценки –  $\sigma^2(\hat{t}^\bullet)$ .

$$\begin{aligned} \sigma^2(\hat{t}^\bullet) &= M \left\{ (\hat{t}^\bullet - t^\bullet)^2 \right\} = M \left\{ (\hat{t}^\bullet)^2 \right\} - M \left\{ (t^\bullet)^2 \right\} = \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^r (n-i+1)^2 \sigma^2(y_i) = \\ &= \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^r (n-i+1)^2 \frac{(t^*)^2}{(n-i+1)^2} = \frac{(t^*)^2}{r}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\hat{t}^\bullet = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)y_i$  известно из (9), дисперсия интервалов  $y_i$  равна  $\sigma^2(y_i) = \frac{(t^*)^2}{(n-i+1)^2}$ , так как  $y_i$  – интервалы между отказами имеют показательный закон распределения (1), который определяется одним параметром  $\lambda(n-i+1)$ .

Найдем информацию по Фишеру –  $J_y(t^*)$ .

Из (7) известно, что  $\frac{\partial \ln L_y(t^*)}{\partial t^*} = -\frac{r}{t^*} + \frac{1}{(t^*)^2} \sum_{i=1}^r (n-i+1)y_i$ .

Тогда

$$\begin{aligned} J_r(t^*) &= \sigma^2 \left\{ \frac{1}{(t^*)^2} \sum_{i=1}^r (n-i+1)y_i \right\} = \frac{1}{(t^*)^4} \sum_{i=1}^r (n-i+1)^2 \sigma^2(y_i) = \\ &= \frac{1}{(t^*)^4} \sum_{i=1}^r (n-i+1)^2 \frac{(t^*)^2}{(n-i+1)^2} = \frac{r}{(t^*)^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Следовательно,  $\sigma^2(\hat{t}^\bullet) = \frac{1}{J_y(t^*)}$  и полученная оценка эффективна.

Для *достаточности* оценки необходимо выполнение равенства

$$J_y(t^*) = J_y(\hat{t}^\bullet), \quad (17)$$

где  $J_y(\hat{t}^\bullet)$  – информация по Фишеру, которая содержится в статистике  $y$  о параметре  $\hat{t}^\bullet$ . В то же время известно, что любая эффективная оценка достаточна.

Таким образом, полученная нами оценка  $\hat{t}^\bullet$  является состоятельной, несмещенной, достаточной и эффективной.

Вместо оценки  $\hat{t}^\bullet$  можно было искать оценку интенсивности отказов  $\hat{\lambda}$ , так как  $\hat{\lambda} = \frac{1}{\hat{t}^\bullet} = \frac{r}{t_\Sigma}$ .

Однако  $\hat{\lambda}$  является смещенной и неэффективной оценкой. Математическое ожидание оценки не совпадает с соизмеримым параметром, так как  $m\{\hat{\lambda}\} = \frac{r}{r-1} \lambda$ .

Несмещенная оценка получится, если взять  $\hat{\lambda} = \frac{r-1}{t_\Sigma}$ , но дисперсия несмещенной оценки оказывается равной

$$M_r = \frac{\lambda^2}{r-2}$$



и оценка  $\hat{\lambda}$  остаётся неэффективной.

### 2.3. Доверительный интервал среднего времени безотказной работы.

Полученная в разделе 2.2 оценка среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^\bullet$  является точечной оценкой искомого параметра  $t^*$ . Эта оценка является случайной величиной, которая в конкретном испытании может принять любое положительное значение от 0 до  $\infty$ . Поэтому в дополнение к точечной оценке обычно определяется интервальная оценка измеряемого параметра. Имеется в виду, что по одной оценке  $\hat{t}^\bullet$  определяется доверительный интервал  $(\hat{t}^\bullet_H, \hat{t}^\bullet_B)$ , в котором находится истинное значение измеряемого параметра  $t^*$  с заданной доверительной вероятностью

$$P \left\{ \hat{t}^\bullet_H < t^* < \hat{t}^\bullet_B \right\} = \gamma, \quad (18)$$

где  $\gamma$  – доверительная вероятность (или коэффициент доверия);  $\hat{t}^\bullet_H$  и  $\hat{t}^\bullet_B$  – соответственно нижняя и верхняя границы доверительного интервала.

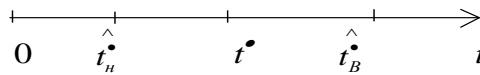


Рис. 3. Доверительный интервал

Для определения доверительного интервала надо знать (найти) функцию распределения вероятностей оценок  $\hat{t}^\bullet$ . Для этого преобразуем выражение (17) для того, чтобы в нём использовались нормированные величины.

$$\begin{aligned} \hat{t}^\bullet_H &= \hat{t}^\bullet (1 - \varepsilon_1) \\ \hat{t}^\bullet_B &= \hat{t}^\bullet (1 + \varepsilon_2) \end{aligned}, \text{ при этом } \hat{t}^\bullet_B - \hat{t}^\bullet_H = \hat{t}^\bullet (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \text{длина интервала.}$$

Тогда (17) переписывается в виде

$$P \left\{ \hat{t}^\bullet (1 - \varepsilon_1) < t^* < \hat{t}^\bullet (1 + \varepsilon_2) \right\} = \gamma. \quad (19)$$

С учётом того, что  $t^* > \hat{t}^\bullet (1 - \varepsilon_1)$ ,

$$t^* < \hat{t}^\bullet (1 + \varepsilon_2) \text{ или } \hat{t}^\bullet < \frac{t^*}{1 - \varepsilon_1}, \hat{t}^\bullet > \frac{t^*}{1 + \varepsilon_2}$$

выражение (19) примет вид

$$P \left\{ \frac{t^*}{1 + \varepsilon_2} < \hat{t}^\bullet < \frac{t^*}{1 - \varepsilon_1} \right\} = \gamma, \text{ или } P \left\{ \frac{1}{1 + \varepsilon_2} < \frac{\hat{t}^\bullet}{t^*} < \frac{1}{1 - \varepsilon_1} \right\} = \gamma. \quad (20)$$

Таким образом, необходимо найти ФПВ величины  $\frac{\hat{t}^\bullet}{t^*} : w\left(\frac{\hat{t}^\bullet}{t^*}\right)$ .

Из (9) можно определить, что суммарное время наработки на отказ равно

$$t_\Sigma = \hat{t}^\bullet \cdot r = \sum_{i=1}^r (n - i + 1) y_i. \quad (21)$$

ФПВ интервалов  $y_i$  известна (1)

$$w(y_i) = \frac{t^*}{(n - i + 1)} e^{-\frac{n-i+1}{t^*} y_i}, \quad y_i > 0. \quad (22)$$

В этом законе необходимо заменить переменную, чтобы получить стандартное распределение вероятностей с дисперсией, равной 1.

Обозначим через

$$z_i = \frac{n-i+1}{t^*} \cdot 2y_i; \quad \frac{dy_i}{dz_i} = \frac{t^*}{2(n-i+1)}. \quad (23)$$

Тогда  $w(z_i) = \frac{1}{2} e^{-\frac{z_i}{2}}$  – экспоненциальное распределение с единичной дисперсией. Известно, что в этом случае  $\sqrt{z_i}$  имеет гауссовское распределение, а  $\sum_{i=1}^r z_i$  имеет распределение  $\chi^2(2r)$  с  $2r$  степенями свободы, которое широко используется в статистике для обработки экспериментальных данных.

С учётом (21) и (23)

$$\sum_{i=1}^r z_i = \frac{2t_{\Sigma}}{t^*}. \quad (24)$$

Введём переменную

$$\tau = \sum_{i=1}^r z_i = \frac{2t_{\Sigma}}{t^*} = \frac{2r\hat{t}^*}{t^*}, \quad (25)$$

$\tau$  имеет распределение  $\chi^2(2r)$  с  $2r$  степенями свободы;  $r$  – число отказов.

Распределения  $\chi^2(2r)$  табулированы. Для большого числа степеней свободы это распределение стремится к нормальному.

Пусть  $\frac{1}{1+\varepsilon_2} = \alpha_2$  и  $\frac{1}{1-\varepsilon_1} = \alpha_1$ , тогда выражение (20) для доверительного интервала преобразуется к виду

$$P\{2r\alpha_2 < \tau < 2r\alpha_1\} = \gamma. \quad (26)$$

На рис. 4 показана ФПВ  $\chi^2$ , заштрихованная площадь под кривой представляет собой доверительную вероятность  $\gamma$  (вся площадь под кривой ФПВ, как известно, равна единице). Как видно из рисунка, доверительный интервал можно расположить на оси  $\tau$  по-разному, то есть решение задачи неоднозначно.

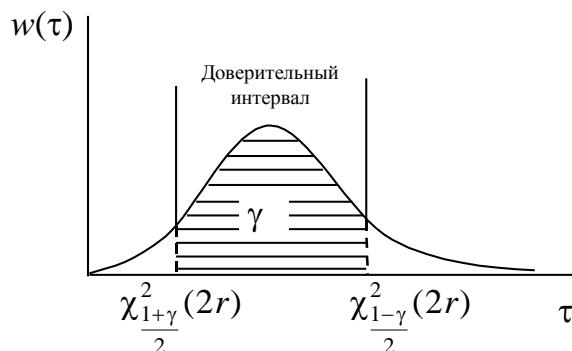


Рис. 4. Функция плотности вероятностей  $\chi^2$

Обычно поступают так, чтобы границы интервала отсекали справа и слева одинаковые площади под кривой, равные  $\frac{1-\gamma}{2}$ .

Тогда нижняя граница доверительного интервала

$$\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2r) \xrightarrow{\text{это}} \left(\frac{1-\gamma}{2}\right) \%^{-\text{АЯ}} \text{ точка распределения } \chi^2(2r),$$

а верхняя граница доверительного интервала

$$\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(2r) \xrightarrow{\text{это}} \left(\frac{1+\gamma}{2}\right) \%^{-\text{АЯ}} \text{ точка распределения } \chi^2(2r), \text{ значения которых определяются}$$

по таблицам квантилей  $\chi^2(2r)$  распределения.

Затем на основании (26)

$$P\left\{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(2r) < \tau < \chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2r)\right\} = \gamma, \text{ или } P\left\{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(2r) < \frac{2r\hat{t}^*}{t^*} < \chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2r)\right\} = \gamma, \text{ или}$$

$$P\left\{\frac{2r\hat{t}^*}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2r)} < t^* < \frac{2r\hat{t}^*}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(2r)}\right\} = \gamma. \quad (27)$$

Из (27) очевидно, что нижняя граница доверительного интервала равна

$$t^* > \frac{2r\hat{t}^*}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2r)} = \hat{t}_H^*, \quad (28)$$

а верхняя граница, соответственно, равна

$$t^* < \frac{2r\hat{t}^*}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(2r)} = \hat{t}_B^*. \quad (29)$$

Таким образом, процедура определения верхней и нижней границ доверительного интервала сводится к следующему:

1. Перед испытанием задаётся  $r$  – число отказов и  $\gamma$  – доверительная вероятность.
2. В процессе испытаний определяется  $t_\Sigma$  (суммарное время наработки на отказ  $t_\Sigma = r\hat{t}^*$ ).
3. По формулам (28), (29) вычисляются  $\hat{t}_B^*$  и  $\hat{t}_H^*$ .
- 2.4. Длительность испытаний.

Длительность испытаний  $T = t_r$ , то есть совпадает с моментом  $r$ -го отказа, когда испытания прекращаются. Для процедуры испытаний  $(n, B, r)$  – это случайная величина. В то же время знание сроков проведения испытаний является важным как для исполнителей, так и для руководителей испытаний.

Функцию плотности вероятностей  $w(T)$  найти трудно, так как  $T = t_r = \sum_{i=1}^r y_i$ , а величины  $y_i$  раз-

нородны (распределение  $y_i$  зависит от  $i$  (1)). Поэтому определим только среднее значение времени испытаний и его дисперсию.

Среднее время испытаний

$$m(T) = m(t_r) = \sum_{i=1}^r m\{y_i\} = \hat{t}^* \sum_{i=1}^r \frac{1}{n-i+1}, \quad (30)$$

то есть больше, чем оценка среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^*$ .

Запишем (30) в виде ряда

$$m(t_r) = \hat{t} \cdot \sum_{k=n-r+1}^n \frac{1}{k},$$

где  $k = n - i + 1$ , тогда при  $i = 1$   $k = n$ , а при  $i = r$   $k = n - r + 1$ .

Обозначим  $\varphi(m) = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k}$ , тогда  $m(t_r) = \hat{t} \cdot [\varphi(m) - \varphi(n - r)]$ .

Известно, что при  $m \gg 1$ , функция  $\varphi(m) \approx \ln m$ . Значит, если  $r \gg 1$ , то среднее время испытаний

$$m(T) = m(t_r) \approx \hat{t} \cdot \ln \left( \frac{n}{n - r} \right). \quad (31)$$

Если

$$n = r, \text{ то } m(T) = m(t_r) = \hat{t} \cdot \varphi(n) = \hat{t} \cdot \ln n. \quad (32)$$

Дисперсия времени испытаний равна

$$M_2(t_r) = \sum_{i=1}^r M_2(y_i) = (\hat{t})^2 \sum_{i=1}^r \frac{1}{(n - i + 1)^2}. \quad (33)$$

Обозначим

$$\varphi(m) = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k^2}; \quad \varphi(\infty) = \frac{\pi^2}{6};$$

тогда

$$M_2(t_r) = (\hat{t})^2 [\varphi(n) - \varphi(n - r)].$$

Если  $n = r$ , то

$$M_2(t_r) = (\hat{t})^2 \cdot \varphi(n) \rightarrow (\hat{t})^2 \cdot \frac{\pi^2}{6}. \quad (34)$$

То есть дисперсия времени испытаний уменьшается с увеличением  $r$ , но эта процедура не очень эффективна, так как дисперсия стремится не к нулю, а к некоторому постоянному числу (как будет видно в дальнейшем, более эффективной процедурой испытаний является процедура с заменой отказавших блоков).

### 2.5. Оценка среднего времени безотказной работы (процедура $[n, B, r]$ ).

Рассмотрим испытания системы на надёжность по процедуре  $[n, B, r]$ , когда отказавшие системы заменяются или восстанавливаются. В остальном задача аналогична рассмотренной в разделе 2.1.

В результате испытаний получена выборка моментов отказов и интервалов между отказами (рис. 5).

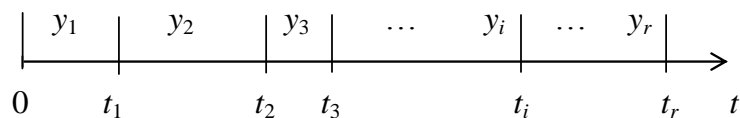


Рис. 5. Моменты отказов и интервалы между отказами

Модель отказов для одной системы

$$w(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}, \quad t > 0, \quad \lambda > 0, \quad (35)$$

или

$$w(t) = \frac{1}{t^*} \cdot e^{-\frac{t}{t^*}}, t > 0,$$

где  $t^*$  – среднее время наработки на отказ.

**Решение задачи.**

1. Теперь выборка интервалов  $y_i = t_i - t_{i-1}$  однородна, и каждый интервал подчиняется закону

$$w(y_i) = n \cdot \lambda \cdot e^{-n\lambda y_i} \tag{36}$$

где  $n \cdot \lambda$  – общая интенсивность отказов систем, участвующих в испытаниях.

2. Для определения оценки среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^*$  также используем метод максимального правдоподобия (МП).

В условиях решаемой задачи функция правдоподобия представляет собой закон распределения интервалов  $y$  при данном значении параметра  $t^*$

$$L_y(t^*) = \prod_{k=1}^r w(y_k) = \left(\frac{n}{t^*}\right)^r \cdot e^{-\sum_{k=1}^r \frac{n}{t^*} y_k} \tag{37}$$

3. Оценка  $\hat{t}^*$  по максимуму правдоподобия определяется как параметр, соответствующий максимальному значению функции правдоподобия

$$\frac{d \ln L_y(t^*)}{dt^*} = -\frac{r}{t^*} - \frac{n}{(t^*)^2} \cdot \sum_{k=1}^r y_k = 0;$$

тогда оценка

$$\hat{t}^* = \frac{n}{r} \sum_{k=1}^r y_k = \frac{n \cdot t_r}{r}, \tag{38}$$

где  $n \cdot t_r = t_{\Sigma}$  – суммарная наработка на отказ, общая для обоих планов испытаний.

Отсюда следует, что  $\hat{t}^* = \frac{t_{\Sigma}}{r}$ , и значит, качество оценки такое же, как и при процедуре  $[n, B, r]$

при одинаковых  $t_{\Sigma}$  и  $r$ .

4. Полученная оценка является несмещенной, так как

$$m\{\hat{t}^*\} = \frac{n}{r} \sum_{k=1}^r m_1\{y_k\} = t^*, \tag{39}$$

и эффективной, так как

$$\sigma^2\{\hat{t}^*\} = \frac{n^2}{r^2} \sum_{k=1}^r \sigma^2\{y_k\} = \frac{(t^*)^2}{r}. \tag{40}$$

5. Средняя продолжительность испытаний равна

$$m_1\{t_r\} = \sum_{k=1}^r m_1\{y_k\} = \frac{r}{n} \cdot t^*. \tag{41}$$

Если  $r = n$ , то  $m_1\{t_r\} = t^*$ , то есть меньше, чем для процедуры  $[n, B, r]$ , когда она была равна  $(t^* \ln n)$ .

Дисперсия продолжительности испытаний равна

$$M_2\{t_r\} = \sum_{k=1}^r M_2\{y_k\} = \frac{r}{n^2} (t^*)^2. \tag{42}$$

Если  $n = r$ , то  $M_2\{t_r\} = \frac{(t^*)^2}{n}$  и стягивается по  $n$ , чем больше участников испытаний, тем меньше  $M_2\{t_r\}$ . Следовательно, по сравнению с процедурой испытаний  $[n, B, r]$  рассматриваемая процедура более эффективна.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б.Р. Теория надёжности радиотехнических систем. М.: Сов. радио, 1978. 264 с.

**Филиппов Борис Иванович** –  
кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Защита информации» Новосибирского  
государственного технического университета

**Boris I. Filippov** –  
Ph.D., Associate Professor,  
Department of Information Security  
Novosibirsk State Technical University

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 621.9.06; 621.7.07

**В.В. Ерохин**

## **ИНЖЕНЕРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ СТАНОЧНЫХ ПРИСПОСОБЛЕНИЙ**

*Рассматривается взаимосвязь эксплуатационных свойств станочного приспособления. Определены качественные взаимосвязи между эксплуатационными свойствами для решения оптимизационной задачи выбора или проектирования станочного приспособления с заданной функциональностью и долговечностью. Решение оптимизационной задачи проектирования станочного приспособления представлено относительно таких эксплуатационных свойств как прочность, контактная прочность, усталостная прочность, жесткость, контактная жесткость, износостойкость, фреттингостойкость, трение, виброустойчивость, зажимная способность, постоянство размеров (рассмотрение ведется с позиций релаксации и ползучести материала). Определено влияние легирования материала деталей станочного приспособления на повышение его прочности. Представлена взаимосвязь прочности и жесткости деталей станочного приспособления, прочности и контактной жесткости поверхностей деталей станочного приспособления через параметры кристаллической решетки материала и плотности дислокационных петель. Показано влияние релаксационных эффектов материала на зажимную способность станочного приспособления.*

Эксплуатационные свойства, станочные приспособления, качество

**V.V. Erokhin**

## **ENGINEERING THE SURFACES OF MACHINE ELEMENTS**

*The paper considers the interaction of operational properties of machine elements. The qualitative interrelations between operational properties used to solve the optimization problem relating the choice or design of the machine element provided with the set functionality and durability are defined. Solution to the optimization problem referring the design of the machine elements concerns such operational properties as durability, contact durability, fatigue durability, rigidity, contact rigidity, wear resistance, fretting wear, friction, vibration resistance, tightening ability, size stability (considered in terms of relaxation and creep strength of materials).*

Operational properties, machine elements, quality

**Введение.** Функциональность и долговечность станочного приспособления (СП) определяются его конструктивным исполнением и стабильностью требуемых показателей эксплуатационных свойств. Назначение для функциональных поверхностей деталей СП физико-механических, химических, геометрических параметров, определяющих требуемые эксплуатационные свойства СП, является общемашиностроительной проблемой. Решение этой проблемы должно строиться на комплексном и системном рассмотрении всех взаимосвязанных и невязанных влияний эксплуатационных свойств друг на друга и на качество СП и его деталей.

Основными эксплуатационными свойствами СП являются: прочность, контактная прочность, усталостная прочность, жесткость, контактная жесткость, износостойкость, фреттингостойкость, трение, виброустойчивость, зажимная способность, постоянство размеров.

**Основная часть.** Взаимосвязь эксплуатационных свойств СП [1, 2] между собой (см. таблицу) приводит к решению многокритериальных оптимизационных задач.

Взаимосвязь эксплуатационных свойств СП

	Пр	КПр	УПр	Жс	КЖс	Из	ФС	Тр	ВУ	ЗС	ПР
Пр	–	да*	да	да	да	да	да	да	да	да	да
КПр	да	–	да	да	да	да	да	да	да	да	нет
УПр	да	да	–	да	да	да	да	да	да	да	да
Жс	да	да	да	–	да	да	да	да	да	нет	да
КЖс	да	да	да	да	–	да	да	да	да	да	нет
Из	да	да	да	да	да	–	да	да	да	да	нет
ФС	да	да	да	да	да	да	–	да	да	да	нет
Тр	да	да	да	да	да	да	да	–	да	да	да
ВУ	да	да	да	да	да	да	да	да	–	да	да
ЗС	да	да	да	нет	да	да	да	да	да	–	да
ПР	да	нет	да	да	нет	нет	нет	да	да	да	–

Примечания к табл. 1:

- «да» или «нет» – взаимосвязь между эксплуатационными свойствами соответственно имеется или не имеется;

Пр – прочность; КПр – контактная прочность; УПр – усталостная прочность; Жс – жесткость; КЖс – контактная жесткость; Из – износостойкость; ФС – фреттингостойкость; Тр – трение; ВУ – виброустойчивость; ЗС – зажимная способность; ПР – постоянство размеров (рассмотрение ведется с позиций релаксации и ползучести материала).

Повышение или снижение прочности материала непосредственно влияют на контактную прочность через показатели: условный предел текучести и предел прочности при разрыве материала.

Взаимосвязь усталостной прочности поверхности и прочности детали СП выражается через их зависимость от значений условного предела текучести, предела прочности, относительной предельной деформации материала до его разрыва, отношения предела прочности материала к условному пределу текучести.

Повышение прочности материала термообработкой неоднозначно влияет на усталостную прочность. Усталостная прочность материала поверхности детали СП снижается из-за повышения плотности дислокационных петель, но это повышает прочность материала. Увеличение плотности дислокационных петель приводит к увеличению модулей упругости первого и второго рода материала, критической плотности дислокаций при разрыве материала, а также к уменьшению полосы скольжения дислокаций, что значительно повышает усталостную прочность материала.

Легирование материала деталей СП такими материалами как хром, никель, марганец, углерод (для стали) повышает прочность СП. Но такое легирование не всегда повышает усталостную прочность материала. Увеличение относительной разности атомных радиусов атомов примеси и матрицы концентрации атомов примеси повышает усталостную прочность. Из этого можно сделать вывод, что наибольшая усталостная прочность материала достигается за счет легирования железа углеродом и марганцем и снижается при легировании стали хромом. В качестве справочных данных приведем атомные радиусы материалов: железо –  $r_a = 124,1 \cdot 10^{-12}$  м; углерод –  $r_a = 77,2 \cdot 10^{-12}$  м; хром –  $r_a = 124,9 \cdot 10^{-12}$  м; кремний –  $r_a = 117,6 \cdot 10^{-12}$  м; марганец –  $r_a = 136,7 \cdot 10^{-12}$  м.

Прочность и жесткость деталей СП, прочность и контактная жесткость поверхностей деталей СП взаимосвязаны через параметры кристаллической решетки материала и плотности дислокационных петель. То есть повышение плотности дислокационных петель материала увеличивает параметры прочности материала – предел прочности на разрыв и условный предел текучести материала. Однако такое повышение увеличивает значения модулей упругости первого и второго рода материала, которые непосредственно определяют жесткость детали.



Прочность и износостойкость материала деталей СП взаимосвязаны посредством параметров: предела прочности на разрыв, твердости поверхности и модуля упругости первого рода материала. Увеличение предела прочности на разрыв, модуля упругости первого рода материала повышает как прочность, так и износостойкость материала детали СП. Увеличение поверхностной твердости материала за счет поверхностного или локального термоупрочнения, нанесения твердых пленок не приводит к изменению общей прочности материала детали. Однако это не относится к объемным видам термоупрочнения.

Взаимосвязь прочности и фреттингостойкости определяется только условным пределом текучести материала. Повышение этого параметра определяет повышение прочности и фреттингостойкости материала деталей СП.

Прочность и трение имеют косвенную взаимосвязь через параметры: плотность дислокационных петель, условный предел текучести материала. Под трением здесь рассматривается его основной параметр – эффективный коэффициент трения скольжения. Как было показано выше, изменение плотности дислокационных петель непосредственно влияет на прочность материала. Также этот параметр и условный предел текучести материала через контактную жесткость влияют на амплитуду и частоту вибрационных колебаний контактов деталей СП, что непосредственно влияет на эффективный коэффициент трения.

Прочность деталей приспособления влияет на виброустойчивость следующим образом. Изменение прочности материала деталей СП термообработкой приводит к изменению плотности дислокационных петель и диаметра кристаллита материала. Изменение концентрации легирующих элементов материала меняет не только его прочность, но и температуру плавления, теплоемкость и теплопроводность материала, от которых зависит время релаксации напряжений. Такие изменения физико-химико-механических свойств непосредственно влияют на коэффициент внутреннего трения материала. Например, углерод, хром, марганец понижают время релаксации напряжений, что повышает коэффициент внутреннего трения материала. Но эти же легирующие элементы, в особенности углерод, снижают температуру плавления материала, которая прямо пропорционально влияет на коэффициент трения материала. Увеличение плотности дислокационных петель увеличивает модуль упругости второго рода материала, что снижает значение энергии, диссипирующей за цикл колебания зоны контакта. Тем самым снижается виброустойчивость СП и увеличиваются вибрационные перемещения между деталями СП, а также между заготовкой и установочными опорами СП.

Зажимная способность взаимосвязана с прочностью только в условиях использования поводковой оснастки, поводковые элементы которой внедряются в поверхности других деталей СП или заготовку для их зажима либо передачи им движения.

Взаимосвязь прочности и постоянства размеров СП определяется химическим составом легирующих элементов материалов деталей СП. Легирующие элементы, повышающие теплоемкость и снижающие теплопроводность материала деталей СП, позволяют повысить стабильность во времени размеров деталей СП. К легирующим элементам, повышающим стабильность размеров и прочность материалов деталей СП, относятся хром, углерод и никель. Например, наибольшую релаксационную стойкость и механическую прочность обеспечивает сталь 40Х13.

Взаимосвязь между контактной и усталостной прочностью материала обуславливается прямо пропорциональной зависимостью. Повышение контактной прочности материала в той или иной степени повышает усталостную прочность и наоборот.

Контактная прочность материала и жесткость детали СП имеют взаимосвязь, только если модуль упругости материала имеет значение градиента распространения по объему детали, близкое к нулю, что соответствует объемной термообработке детали СП. При поверхностном упрочнении материала деталей СП термообработкой, ППД или другими методами взаимосвязи между контактной прочностью материала и жесткостью детали СП нет.

Повышение контактной прочности через физико-механические параметры, такие как плотность дислокационных петель, условный предел текучести материала, приводит к увеличению контактной жесткости материала деталей СП.

Контактная прочность имеет взаимосвязь с износостойкостью и фреттингостойкостью материала аналогично взаимосвязи прочности с износостойкостью и фреттингостойкостью.

Влияние контактной прочности на трение и виброустойчивость аналогично влиянию прочности на трение и виброустойчивость. Однако это влияние особенно усиливается при поверхностном упрочнении функциональных поверхностей деталей СП.

Зажимная способность и контактная прочность определяются взаимосвязью через параметры: предел прочности материала при смятии и срезе. Контактное разрушение материала зажимных деталей СП обуславливает изменение формы их контакта с заготовкой и другими деталями СП. Однако это в основном происходит при невыдерживании требований теоремы Мелана о допустимых значениях контактных напряжений, не способствующих контактному разрушению.

Усталостная прочность поверхностей и жесткость деталей СП взаимно связываются между собой через модули упругости первого и второго рода, которые находятся в тесной зависимости от физико-химико-механических параметров: плотности дислокационных петель материала, концентрации примесей и легирующих элементов, типов легирующих элементов.

Основное влияние на усталостную прочность и контактную жесткость оказывают как физико-химико-механические параметры – условный предел текучести, остаточные напряжения в поверхностном слое, их знак, глубина и градиент распространения, модули упругости, плотность дислокационных петель материала, концентрация и типы легирующих элементов, – так и геометрические параметры качества контактирующих поверхностей деталей СП. Наиболее сильная взаимосвязь этих эксплуатационных свойств относительно геометрических параметров качества проявляется через параметры шероховатости поверхности  $R_p$ ,  $R_{max}$ ,  $t_m$ ,  $S_m$ .

На взаимосвязь усталостной прочности с износостойкостью влияют параметры: поверхностная твердость, предел прочности при разрушении, остаточные напряжения в поверхностном слое, модуль упругости первого рода, относительная деформация при разрушении материала,  $R_a$ ,  $t_m$ ,  $S_m$ . При этом заметим, что износостойкость является «производной» от усталостной прочности, а повышение значения относительной деформации материала до его разрушения требует достаточно больших трудовых и материальных затрат на проведение специфических поверхностных или объемных видов упрочнений при достижении повышенных значений параметров прочности материала.

Усталостная прочность и фреттингостойкость связаны между собой так же, как и усталостная прочность с износостойкостью. Но здесь имеется обратная зависимость от условного предела текучести материала. Так, с повышением значения условного предела текучести материала фреттингостойкость повышается, но усталостная прочность понижается из-за снижения количества циклов нагружения зоны контактов, приводящих к разрушению материала.

При контакте твердых металлических соединений, особенно негетерогенных сплавов, трение в основном определяется усталостным характером взаимодействия контактирующих поверхностей деталей СП. Тем самым взаимосвязь трения с усталостной прочностью материала существенна, особенно относительно таких параметров как поверхностная твердость, предел прочности, условный предел текучести, поверхностная энергия материала,  $R_a$ ,  $t_m$ ,  $S_m$ .

Взаимосвязь усталостной прочности с виброустойчивостью аналогична взаимосвязи прочности с виброустойчивостью. Но наибольшая взаимосвязь прослеживается относительно плотности дислокационных петель и размера кристаллита материала. Оптимальное управление указанными параметрами при достижении максимальной усталостной прочности и виброустойчивости носит противоречивый характер. Увеличение плотности дислокационных петель приводит к увеличению как усталостной прочности, так и виброустойчивости. Повышение значения размера кристаллита (зерна), наоборот, повышает виброустойчивость и снижает усталостную прочность материала. Для управления этими параметрами разработаны достаточно много способов упрочнения поверхностей деталей СП, но наиболее надежным, но и самым дорогостоящим из них является термообработка. В этом случае необходимо дополнительно решать оптимизационную задачу относительно критерия надежности получения требуемых параметров при минимальной себестоимости, которая должна включать себестоимость не только изготовления детали СП, но и эксплуатации и ремонта СП.

Усталостная прочность взаимосвязана с зажимной способностью подобно взаимосвязи контактной прочности с зажимной способностью.

Область взаимосвязи усталостной прочности с постоянством размеров деталей СП находится в использовании различного вида легирующих элементов. Например, углерод, хром и марганец существенно повышают усталостную прочность, но марганец существенно снижает релаксационную стойкость материала и тем самым постоянство размеров.

Жесткость и контактная жесткость, жесткость и износостойкость, жесткость и фреттингостойкость, жесткость и трение связаны между собой только параметрами прочности материала, и то, если градиент значений этих параметров по объему детали приближается к нулю. При увеличении жесткости материала детали наблюдается увеличение контактной жесткости, износостойкости, фреттингостойкости, а динамический коэффициент трения при циклическом нагружении зоны контакта деталей СП приближается к статическому коэффициенту трения. Повышение жесткости деталей СП благоприятно влияет на эксплуатационные характеристики СП, а также повышает точность обработки поверхностей заготовки.

Жесткость взаимосвязана с виброустойчивостью и постоянством размеров аналогично взаимосвязям прочности с виброустойчивостью и постоянством размеров.

На взаимосвязь контактной жесткости с износостойкостью и фреттингостойкостью существенное влияние оказывают не только параметры прочности, но и особенно геометрические параметры качества поверхности –  $H_{max}$  (максимальное высотное значение макроотклонения в зоне контакта поверхностей деталей СП),  $Wz$ ,  $Rp$ ,  $Ra$ ,  $tm$ ,  $Sm$ . В этой взаимосвязи существует нелинейное влияние параметров  $Rp$  и  $Ra$  на указанные эксплуатационные свойства. Повышение значений  $Rp$  и  $Ra$  в определенном интервале повышает контактную жесткость и всегда снижает износостойкость, фреттингостойкость.

Параметр трения – эффективный коэффициент трения – является основным производным от контактной жесткости. Однако такая взаимосвязь имеет нелинейность. Повышение контактной жесткости обуславливает снижение амплитуды контактных колебаний, резонирующих колебаний с большими амплитудами, амплитуды колебаний зоны контакта от ударных нагрузок. Такое повышение несущественно снижает статический коэффициент трения скольжения.

Однако с повышением жесткости контакта увеличиваются собственные частоты колебаний зоны контакта. При прохождении резонирующей волны с более низкой по приоритету гармоникой колебания через контакт появляются трудно учитываемые резонирующие колебания большой энергии. Перераспределение энергии от высокочастотных колебаний в динамических системах является малоизученной научной проблемой, но это перераспределение в той или иной степени влияет на все эксплуатационные свойства, непосредственно определяемые прочностными параметрами.

Контактная жесткость взаимосвязана с виброустойчивостью так же, как и прочность с виброустойчивостью.

Изменение контактной жесткости очень сильно влияет на изменение динамического коэффициента трения. Тем самым существует прямая взаимосвязь контактной жесткости с зажимной способностью приспособления. Однако это не касается зажимной способности поводковой оснастки, где зажим заготовки осуществляется внедрением в ее торец поводковых элементов.

Износостойкость, фреттингостойкость, трение, виброустойчивость и зажимная способность имеют между собой сильную взаимосвязь на уровне не только прочностных параметров поверхности, но и геометрических параметров качества контактируемых поверхностей, таких как  $H_{max}$ ,  $Wz$ ,  $Rp$ ,  $Ra$ ,  $tm$ ,  $Sm$ . Повышение коэффициента трения в зоне контакта существенно повышает зажимную способность и виброустойчивость СП, но одновременно снижает износостойкость и фреттингостойкость. Виброустойчивость повышается в основном за счет диссипации колебательной энергии в зоне контакта, пропорционально зависящей от значения коэффициента трения скольжения. При этом следует заметить, что эти эксплуатационные свойства очень сильно зависят не только от метода получения детали, но и от режимной части, особенно режимов механической обработки резанием.

Взаимосвязь трения и виброустойчивости с постоянством размеров необходимо рассматривать через параметры физико-химического строения структуры материала. В этом случае рассмотрение трения проводится относительно ее характеристики – внутреннего трения. Повышение внутреннего трения материала приводит к увеличению виброустойчивости СП и нестабильности размеров деталей СП из-за процесса ползучести материала. Основными параметрами внутреннего трения являются время релаксации напряжений, плотность дислокационных петель и размер кристаллита материала. Повысить внутреннее трение можно снижением времени релаксации напряжений, т.е. уменьшением значения теплоемкости и повышением значения теплопроводности материала. Также повышать внутреннее трение можно увеличением диаметра кристаллита и плотности дислокационных петель материала. Что же касается времени релаксации напряжений, то она управляется только выбором материала с соответствующим химическим составом. Размерами кристаллита и плотностью дислокационных петель материала наиболее эффективно управлять при различных видах упрочнения материала.

ла. Однако здесь существует неоднозначность – увеличение размера кристаллита материала сопровождается понижением плотности дислокационных петель. Такая неоднозначность должна быть решена с помощью подбора оптимального технологического процесса упрочнения материала деталей СП.

Зажимная способность СП и постоянство размеров взаимосвязаны между собой через параметры процессов релаксации напряжений и ползучести материала. В этой взаимосвязи основным параметром является градиент релаксации напряжений в материале. Снижение значения градиента релаксации напряжения повышает зажимную способность материала СП, но это обстоятельство может как повысить, так и понизить ползучесть материала. В этом случае можно рекомендовать: поверхностно-пластическое деформирование без перенаклепа сталей, кроме жаропрочных перлитного (25Х2М1Ф), мартенситного (15Х12ВМФ), аустенитного (ХН35ВТ) классов; стали на никелевой основе (ХН70ВМЮТ, ХН70ВМТЮФ, ХН75ВМЮ), аустенитные и перлитные стали (15Г2СМФ, 30Х2ГМТ) повышают зажимную способность и постоянство размеров деталей СП.

**Заключение.** Исходя из рассмотренных взаимосвязей эксплуатационных свойств, можно сделать вывод: для проектирования СП с оптимальными параметрами качества необходимо решать многокритериальные оптимизационные задачи взаимосвязей эксплуатационных свойств относительно критериев: обеспечения требуемого качества обрабатываемой заготовки, требуемого межремонтного периода СП, минимальной себестоимости изготовления и эксплуатации СП.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Машиностроение. Энциклопедия. Т. III-3. Технология изготовления деталей машин / под ред. А.Г. Сулова. М.: Машиностроение, 2000. 839 с.
2. Машиностроение. Энциклопедия. Т. IV-3. Надежность машин / ред. совет: К.В. Фролов (пред.), В.В. Клюев, А.П. Гусенков, К.С. Колесников. М.: Машиностроение, 1998. 592 с.

**Ерохин Виктор Викторович** –  
доктор технических наук, доцент, профессор  
кафедры «Автоматизированные информационные  
системы и технологии» Брянского государственного  
университета имени академика И.Г. Петровского

**Victor V. Erokhin** –  
Dr. Sc., Professor,  
Department of Automated Information Systems  
and Technologies,  
I.G. Petrovsky Bryansk State University

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 621.56;629.5

**В.В. Калекин**

#### **К ВОПРОСУ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СУДОВЫХ ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК НА СУДАХ РЕЧНОГО И МОРСКОГО ТРАНСПОРТА**

*Приведены результаты экспериментального исследования поршневых детандер-компрессорных агрегатов, предложена схема судовой воздушной холодильной установки с поршневым детандер-компрессорным агрегатом, представлено обоснование использование указанного типа машин в судовых холодильных установках.*

Холодильная машина, холодильная установка, поршневой детандер, поршневой детандер-компрессорный агрегат, самодействующие клапаны, совершенствование

**V.V. Kalekin**

#### **IMPROVEMENT OF REFRIGERATION UNITS FOR THE SEA AND RIVER VESSELS**

*The paper presents the results of the pilot study for the piston detander-compressor units, and provides a scheme to the vessels air refrigeration unit with a piston detander-compressor*

*unit. The author proves the necessity for utilization of the specified type of machines in refrigeration units of the sea and river vessels.*

Refrigerator, refrigeration unit, piston detander, piston detander-compressor unit, automatic valves, improvement

Судовые холодильные установки эксплуатируются в более сложных условиях, чем стационарные, к которым можно отнести, например, изменение в широком диапазоне температуры и влажности воздуха, температуры забортной воды, интенсивности солнечной радиации; высокую коррозионную активность воздуха и морской воды; наличие вибрации и качки; ограниченность численности персонала и возможности проведения ремонтных работ. Поэтому к судовым холодильным установкам предъявляют особые требования, изложенные в нормативных документах – Морском регистре РФ, Речном регистре РФ и др. Эти технические требования направлены на обеспечение условий безопасного плавания, сохранности перевозимых грузов, охраны окружающей среды.

Судовые холодильные машины работают в основном на хладагентах R12 и R22. Доля аммиачных и воздушных холодильных машин начинает увеличиваться из-за прекращения выпуска R12 и перехода на более дорогой хладагент R134a.

Охлаждение трюмов и твиндеков на судах, оборудованных аммиачными холодильными машинами, обычно рассольное, так как правилами Морского регистра РФ применение аммиака для непосредственного охлаждения трюмов на судах запрещено.

Недостатком рассольной системы по сравнению с системой непосредственного охлаждения является необходимость поддерживать более низкую температуру кипения хладагента, что для парокompрессионных машин приводит к увеличению энергозатрат. Кроме того, при рассольном охлаждении расходуется дополнительная электроэнергия на работу насоса.

Ввиду вышеизложенного актуальным является вопрос применения в судовых холодильных установках в качестве рабочего вещества воздуха, а именно воздушных холодильных машин. Несомненным достоинством воздушных холодильных машин является отсутствие в них специального хладагента, роль которого в данном случае выполняет бесплатный и безвредный воздух.

Генератором холода в предлагаемых воздушных холодильных машинах для небольших холодопроизводительностей (до 10 кВт) являются поршневые детандеры и детандер-компрессорные агрегаты (ДКА) с самодействующей системой воздухораспределения. Совершенствование систем воздухораспределения поршневых детандеров путем замены принудительного привода на самодействующие клапаны дает возможность повышать частоту вращения вала детандера и в этой связи размещать его в одном корпусе с компрессором. Такое конструктивное решение при работе ДКА в составе воздушной холодильной машины для производства умеренного холода и ведет к рациональному использованию мощности, возвращаемой детандером, снижению массогабаритных показателей установки.

Введение в систему газораспределения поршневого детандера самодействующих клапанов создает возможность для повышения частоты вращения вала детандера. Это обстоятельство позволяет размещать детандер с высокооборотным компрессором на одном валу, объединяя их в один детандер-компрессорный агрегат. Поршневые ДКА с самодействующими газораспределительными органами благодаря повышенной частоте вращения, простоте конструкции могут использоваться в качестве генератора холода для воздушной холодильной машины.

В настоящий момент автором совместно с соавторами получены ряд патентов на изобретения, представляющие различные конструктивные исполнения систем газораспределения поршневых расширительных машин.

По результатам экспериментальных исследований установлено, что поршневой детандер с прямооточным клапаном имеет более высокий холодильный коэффициент и частоту вращения коленчатого вала по сравнению с детандерами с другими типами самодействующих клапанов.

Вариант схемы воздушной холодильной установки, работающей по замкнутому циклу, представлен на рис. 1. Установка была создана на базе Омского института водного транспорта, в качестве ДКА использован поршневой детандер с самодействующим нормально открытым прямооточным впускным клапаном.

Воздух при атмосферном давлении поступает в 1-ю ступень 1 компрессора, сжимается в нем до промежуточного давления (0,4-0,6 МПа), охлаждается в промежуточном холодильнике 2 воздушного охлаждения, поступает во 2-ю ступень 3 компрессора и сжимается до конечного давления  $0,8 \div 1$  МПа,

после чего снова охлаждается воздухом в конечном холодильнике 4. В маслоотделителе 5 производится его очистка от масла.

Пройдя двухпоточный теплообменник 6, сжатый воздух поступает в детандерную ступень 7, где происходит его расширение до атмосферного давления. Температура воздуха на выходе из детандера составит минус 40-80°C. В теплообменнике 8 холодильной камеры 9 воздух нагревается до плюс 10 – минус 30°C, забирая тепло от охлаждаемого объекта, и поступает в теплообменник 6. В двухпоточном теплообменнике 6 холодный воздух нагревается до температуры всасывания в компрессор и при этом охлаждает сжатый поток горячего воздуха перед детандером до плюс 30 – минус 10°C.

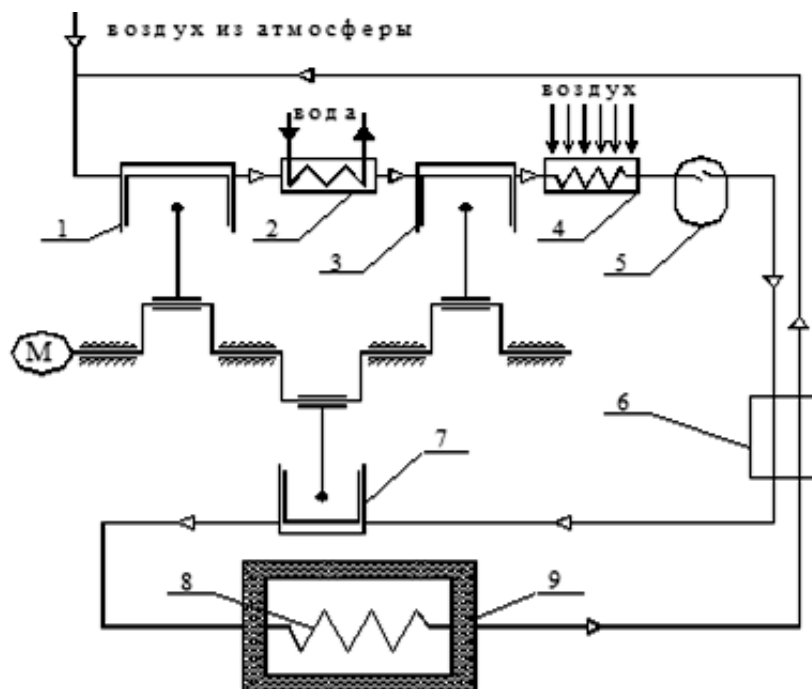


Рис. 1. Схема воздушной холодильной установки с поршневым детандер-компрессорным агрегатом: 1 – первая ступень компрессора; 2 – промежуточный холодильный конденсатор водяного охлаждения; 3 – вторая ступень компрессора; 4 – конечной воздушный холодильник; 5 – маслоотделитель; 6 – двухпоточный теплообменник; 7 – детандерная ступень; 8 – теплообменник; 9 – холодильная камера

Двухпоточный рекуперативный теплообменник может быть заменен регенеративным, выполненным из двух секций. В этом случае поочередным включением секций обеспечивается контакт насадки теплообменника то с холодным, то с горячим потоком воздуха. После того как в первой секции накопится влага после прохождения через нее влажного атмосферного воздуха, она переключается на холодный поток, поступающий из камеры (теплообменника 8) и имеющий дефицит влаги. Холодный поток воздуха при нагревании поглощает влагу и выводится в атмосферу.

Схема установки может быть разомкнутой. Холодный воздух после детандера в этом случае непосредственно подается в камеру 9. Исключение теплообменника 8 из схемы производства холода приведет к снижению металлоемкости установки. Но при этом необходимо производить отделение масла из воздуха после детандера, если цилиндр детандера смазывается маслом. Технически эта задача решается, например, переводом детандера на работу без смазки, установкой фильтров и т. п.

По результатам экспериментальных исследований ДКА с прямоточным самодействующим клапаном было установлено, что для обеспечения работоспособности клапана существует определенный диапазон соотношений конструктивных параметров клапана: жесткости и количества пластин, площади проходных сечений в седле и щели клапана и др.

Диаграмма движения запорного элемента самодействующего нормально открытого прямоточного клапана детандера ДКА приведена на рис. 2.

На рис. 3 приведены экспериментальные зависимости изменения температуры воздуха в цилиндре детандера ДКА.



Рис. 2. Диаграмма движения запорного элемента самодействующего нормально открытого прямооточного клапана ДКА: (Спл = 740 Н/м;  $h_{\max} = 0,7$  мм) 1 – эксперимент; 2 – расчет

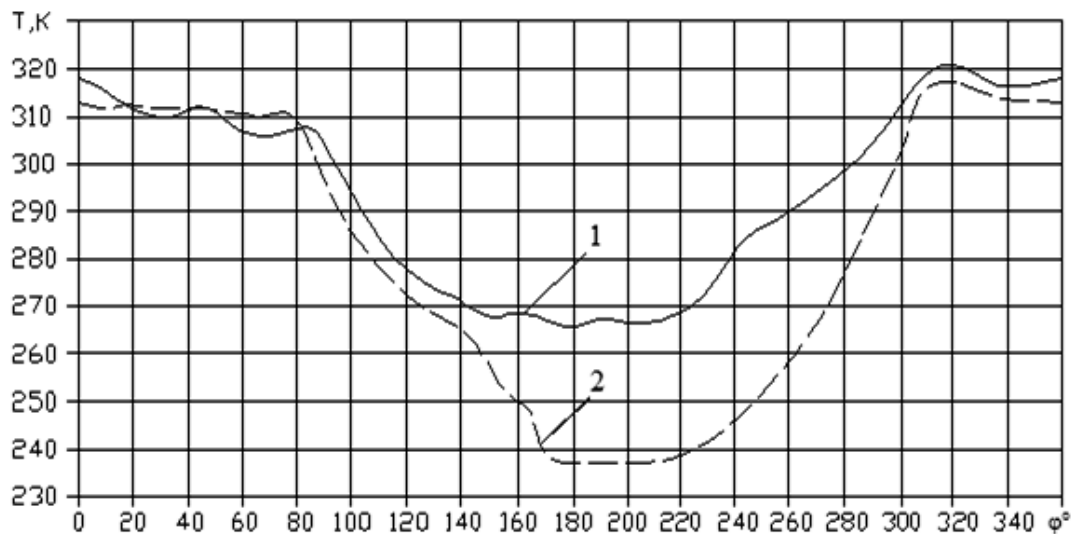


Рис. 3. Быстроменяющиеся температуры в цилиндре детандера: 1 – тарельчатый клапан; 2 – прямооточный клапан

В целом для всех рассмотренных вариантов имело место удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных диаграмм движения запорных элементов клапанов и изменения температуры воздуха в цилиндре детандера ДКА.

Величина угла закрытия клапана детандера в исследуемом ДКА находилась в пределах  $20 \div 180^\circ$  в зависимости от конструктивных параметров клапана (жесткости пластины (пружины) и высоты подъема клапана).

Угол закрытия  $\varphi_2 = 90^\circ$  следует считать предельным, при котором обеспечивается детандерный режим работы ступени. Если закрытие клапана не произошло до  $90^\circ$ , то клапан закрывается лишь во время открытия поршнем выхлопных окон, т.е. при  $\varphi = 140 \div 180^\circ$ . В этом случае отсутствует процесс расширения.

Угол закрытия клапана  $\varphi_2 = 20^\circ$  является минимально возможным, т. к. при таком режиме холодопроизводительность детандерной ступени близка к нулю.

Из эксперимента установлено, что каждому значению жесткости пластин (пружин) соответствует определенная максимальная высота подъема клапана, при которой закрытие клапана осуществляется в пределах  $\varphi_2 = 60-90^\circ$ . Таким режимам соответствовала минимальная температура воздуха на выходе из детандера для прямооточного клапана  $T_k = 238$  К ( $-35^\circ\text{C}$ ).

Для обеспечения работоспособности ДКА, заключающейся в поддержании достаточно низкой температуры на выходе и высокой холодопроизводительности, необходимо произвести правильный выбор соотношения жесткости пластин (пружин) и высоты подъема запорного элемента клапана.

На основании проведенных исследований было установлено следующее:

– экспериментально подтверждена работоспособность ДКА низкого давления с нормально открытыми самодействующими впускными клапанами различного конструктивного исполнения;  
– установлено влияние параметров клапана и режимов работы на интегральные характеристики агрегата: мощность, возвращаемую детандером на вал ДКА, массовую производительность, холодопроизводительность, степень снижения температуры.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Калекин В.В. Пневмодвигатель – компрессорный агрегат с самодействующими клапанами // Вестник Сумского государственного университета. Сер. Технические науки. Сумы: Изд-во СумДУ, 2005. № 1 (173).
2. Калекин В.С., Калекин В.В. Поршневые расширительные машины и агрегаты с самодействующими клапанами: монография. Омск: ОИВТ (филиал) ФБОУ ВПО «НГАВТ», 2013. 151 с.
3. Калекин В.С., Калекин В.В. Поршневые расширительные машины с самодействующими клапанами // Saarbrücken: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2013. С. 156.
4. Лорентцен Г. Холод, энергия и окружающая среда // Холодильная техника. 1991. № 5. С. 3-6.
5. Поршневая расширительная машина: Пат. на изобретение № 2206791, МКИ F 01 В 25/02, F 01 L 9/02, F 03 С 1/08. Приоритет от 09.08. 2001 г., опубл. 20.06.2003 г. Бюл. № 17 / А.Д. Ваняшов, В.С. Калекин, С.В. Коваленко, В.В. Калекин.
6. Поршневая расширительная машина: Пат. на полезную модель № 38852 МКИ F 04 В 39/10, 53/10. Приоритет от 03.03. 2004 г., опубл. 10.07.2004 г. Бюл. № 19 / В.С. Калекин, В.В. Калекин, Д.В. Калекин.
7. Прилуцкий И.К., Прилуцкий А.И. Расчет и проектирование поршневых компрессоров и детандеров на нормализованных базах: учеб. пособие для вузов. СПб.: СПГАХиПТ, 1995. 193 с.
8. Прилуцкий А.И. Совершенствование систем газораспределения компрессорных и расширительных машин: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 1997.
9. Научная библиотека диссертаций и авторефератов disserCat. <http://www.dissercat.com/content/razrabotka-i-issledovanie-porshnevyykh-detander-kompressornykh-agregatov-s-samodeistvuyushchi#ixzz3ZQpTjWMe>.
10. Теплофизические основы получения искусственного холода: справочник / под ред. В.А. Быкова. М.: Пищевая промышленность, 1980. 231 с.
11. Швецов Г.М., Ладин Н.В. Судовые холодильные установки. М.: Транспорт, 1986. 232 с.
12. Major directions of improving pneumatic piston engines / A.P. Zagorodnikov, A.N. Kabakov, V.S. Kalekin, D.V. Kalekin // Chemical and petroleum engineering. 2012. Vol. 48. Iss. 5-6. N. Y.: Kluver academic / Consultant ants bureau. P. 311-314.
13. System improvement of air distribution in reciprocating pneumatic motors: monograph. / A.N. Kabakov, V.S. Kalekin, D.V. Kalekin, K.A. Kabakov. Yeim, WA, USA: Science Book Publishing House, 2014. 72 p.
14. Kalekin V.S., Kalekin D.V., Zagorodnikov A.P. Working process of forward flow reciprocating gas engine with new gas distribution system // International conference Biofuels for energetic 2009. Prague. Chezh Technical University in Prague, 2009. Chezh republic. С. 12.
15. Sokolow K., Starostin A.P., Lewschuk A.T. Der axial kleinverdichter fur die Luftturbokalte maschine: Therm stomungsmasch // Turbo kompressor ind Einsatz. 1992. № 947. С. 369-376.

**Калекин Владимир Вячеславович** – кандидат технических наук, доцент, заместитель директора по учебной и научной работе Омского института водного транспорта – филиала Сибирского государственного университета водного транспорта

**Vladimir V. Kalekin** – Ph.D., Associate Professor, Deputy Director, Omsk Water Transport Institute (Branch) of Siberian State University of Water Transport

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*



С.С. Метелица

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЭФФЕКТИВНОГО ПРИМЕНЕНИЯ ВОЗДУШНОЙ КАВЕРНЫ НА СКОРОСТНЫХ КАТАМАРАНАХ

*Показан один из путей значительного снижения волнового сопротивления движению скоростного судна. Выявлены наиболее существенные факторы, влияющие на величину сопротивления движению судов на воздушной каверне (СВК). Показаны результаты решения экспериментальной задачи по нахождению оптимальной величины расхода воздуха  $Q$  для создания воздушной каверны на днище скоростных многокорпусных судов.*

Кавитационные течения, воздушная каверна, волновое сопротивление, продольная профилировка днища

S.S. Metelitsa

### EXPERIMENTAL DATA FOR THE POSSIBILITY OF EFFECTIVE APPLICATION OF AIR CAVITIES IN JET POWERED CATAMARANS

*The paper shows one of the ways to significant slowdown of the wave-pattern resistance for jet powered vessels. The author reveals the most significant factors affecting the magnitude of wave impedance for the air-cushion vessels. The paper provides the results of experimental data relating the optimum air consumption value  $Q$  for creating the air cavity at the bottom of the jet powered multi-hulled vessel.*

Cavitating flow, air cavity, wave drag, bottom lengthwise profiling

#### Введение

Быстроходные суда (суда на подводных крыльях – СПК, глиссеры, суда с малой площадью ватерлинии, суда на воздушной подушке – СВП, экранопланы) – важный показатель мирового технического прогресса. В условиях стремительно развивающихся технологий сокращение времени морских перевозок является одной из важнейших задач современного судостроения. Все водоизмещающие суда имеют ограничение по скорости. Это объясняется тем, что, начиная с определенного значения числа Фруда  $Fr_D$ , сопротивление воды, доминирующей составляющей которого является волновое сопротивление, растет настолько интенсивно, что эксплуатация судна с экономической точки зрения становится совершенно невыгодной: для того, чтобы получить малое приращение скорости, требуется значительное увеличение мощности двигателя. Способом повышения скорости водоизмещающих судов длительное время являлось улучшение формы их обводов (например, использование бульбов в носовой оконечности, уменьшение угла входа носовых ватерлиний), а также совершенствование энергетической установки. Кардинального снижения сопротивления удалось достичь за счет гидроаэродинамической разгрузки, приводящей к выходу либо всего корпуса, либо его части из воды. Разгрузка достигается за счет использования подводных крыльев (СПК), воздушной подушки (СВП), воздушных крыльев (экранопланы) и глиссирования корпуса (глиссирующие суда). Перечисленные выше суда получили общее название – суда с динамическими принципами поддержания (далее по тексту СДПП). Вследствие выхода корпуса СДПП из воды уменьшаются волновое сопротивление и сопротивление трения. При этом волновое сопротивление в крейсерском режиме практически исчезает. При выходе на крейсерский режим волновое сопротивление может быть существенным и определяющим для выбора энергетической установки скоростного судна.

Одним из перспективных направлений создания высокоскоростных судов, позволяющим добиться существенного снижения сопротивления воды движению, является применение воздушной каверны [1].

Наличие на днище судна воздушной прослойки, подчиняющейся закономерностям развитой кавитации, т. е. искусственной каверны, позволяет изолировать от трения о воду его участок, покрытый каверной, что приводит к снижению сопротивления трению [2]. Для снижения полного сопро-

тивления судна необходимо создать на его днище такую каверну, которая обеспечила бы снижение составляющей трения, существенно превышающее вызываемое наличием каверны возможное увеличение остаточного сопротивления.

В течение продолжительного периода времени работы по применению воздушной каверны на днище проводились исключительно с однокорпусными судами [3]. Многочисленные эксперименты и создание опытных образцов скоростных судов подтвердили эффективность применения воздушных каверн для снижения гидродинамического сопротивления. Так, для глиссирующих катеров со скоростями хода удалось достичь 30 %-го снижения величины гидродинамического сопротивления. С учетом работы нагнетателей для поддержания избыточного давления в каверне это позволяет снизить значение мощности силовой установки до 12 % [4].

### Постановка задачи

Применение воздушной каверны на высокоскоростных катамаранах открывает перспективу снижения гидродинамического сопротивления за счет не только сопротивления трению, но и уменьшения волнового сопротивления вследствие благоприятной интерференции волновых систем корпусов катамарана.

Вследствие этого перед началом проведения модельного эксперимента были сформулированы следующие основные задачи:

1. Принципиальная возможность эффективного использования искусственной каверны на судах с большим удлинением корпуса  $L/B$ .
2. Влияние величины горизонтального клиренса  $c$  на величину гидродинамического сопротивления.
3. Влияние статической нагрузки и положения центра тяжести по длине на величину гидродинамического сопротивления.

Из многочисленных исследований [5] известно, что каверна имеет предельную длину, пропорциональную скорости.

### Методика проведения модельного эксперимента

Модельные испытания рассматриваемых буксируемых моделей проводились в опытном бассейне ОАО «ЦКБ по СПК им. Алексеева». Опытный бассейн имеет следующие характеристики:

– длина, $L$	74,5 м;
– ширина, $B$	4,0 м;
– глубина, $T$	0,7-0,9 м;

Максимальная скорость буксировочной тележки может достигать 11 м/с.

Одной из особенностей бассейна является наличие специального автоматизированного измерительного комплекса, обеспечивающего измерения параметров движения моделей с воздушной каверной на днище в условиях спокойной и взволнованной поверхности воды, изучение колебательных процессов на неустановившихся режимах движения и физических явлений, происходящих в воздушной каверне, и т.п. В состав автоматизированного измерительного комплекса входят датчики замеров регистрируемых параметров, первичные преобразователи, устанавливаемые на моделях и буксировочной тележке, а также автоматизированная система измерений «МОДЕРН», состоящая из блока автоматики «КАМАК» и компьютера со встроенной платой согласования, расположенной на пульте управления.

Система выполнена на базе современной вычислительной компьютерной техники и новых отечественных технологий с последующим применением достижений математических продуктов. При этом используется пакет прикладных программ MultiPet, работающих в операционной системе Windows при использовании драйверов: wsg1d; wsg32d; hPool; hFlood; Grader собственной разработки, а также пакетов стандартных программ Microsoft Excel, Microsoft Word и Corel.

Система позволяет одновременно по 16 каналам проводить измерения, сбор, регистрацию параметров модельных испытаний в реальном масштабе времени, их длительное хранение, экспресс-обработку с построением графических зависимостей параметров, замеряемых в ходе эксперимента, а также выполнять окончательную обработку результатов и получение машинописного текста.

Во время испытаний также проводилось визуальное наблюдение за колебательными процессами и брызгообразованием, происходящими при движении модели, с использованием видеосистемы, созданной на базе виброустойчивой видеокамеры, и установленного на буксировочной тележке видеоконтрольного устройства.

Технологическая последовательность проведения экспериментальных работ в опытном бассейне по отработке гидродинамических компоновок многокорпусных судов с воздушной каверной на днище состояла из следующих основных этапов:

- Разработка теоретических и рабочих чертежей буксируемой модели с воздушной каверной на днище и ее изготовление

Основной задачей на данном этапе является правильный выбор водоизмещающего судна, близкого по своим характеристикам к требованиям технического задания на проект, и возможно более рационального размещения камеры для воздушной каверны.

- Наладочные испытания буксируемой модели на спокойной воде.

Кроме проведения стандартных калибровок основных параметров движения модели, на данной стадии испытаний определяется один из главных элементов судна с воздушной каверной на днище – расход воздуха, идущего на создание воздушной каверны. Для этого на предполагаемой расчетной скорости движения модели  $V$  исследуется в широком диапазоне количество расходуемого воздуха и оценивается его влияние на величину сопротивления: момент, когда количество расходуемого воздуха не оказывает влияния на величину сопротивления, является началом зоны автотельности, а количество расходуемого воздуха  $Q$  – оптимальным, рекомендуемым для использования на проектируемом судне. При этом количество воздуха рассчитывается по формуле

$$Q_{\text{НАТ}} = m^{5/2} \times Q, \tag{1}$$

где

$$Q = 3600\pi D^2 \sqrt{P_{\text{СТ}}}, \text{ м}^3/\text{ч}, \tag{2}$$

где  $m$  – масштаб модели;  $Q$  – расход воздуха,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

- Основная программа испытаний буксируемой модели

Задачей данного этапа является определение гидродинамических характеристик: сопротивления, угла ходового дифферента, всплытия в зависимости от скорости движения, а также исследования всех колебательных процессов, мореходности, качки, устойчивости глиссирования. Важной составляющей этой части испытаний является оценка смоченной поверхности судна на различных режимах движения, функционирование воздушной каверны. Установленные на своде камеры воздушной каверны и по бортам модели контактные датчики измерительного комплекса с достаточной степенью точности определяют границы смоченной поверхности. При этом смоченная поверхность свода камеры воздушной каверны по своему физическому состоянию разделяется на три зоны [6]:

I зона – собственно воздушная каверна, где свод камеры находится в воздухе.

«Основная зона, обеспечивающая эффективность воздушной каверны за счет уменьшения смоченной поверхности и, как следствие, существенного снижения сопротивления трения».

II зона – зона пульсации воздушно-водяной эмульсии.

«Резервная зона, обеспечивающая пусть незначительную, но дополнительную, порой крайне необходимую, скорость».

III зона – зона смоченной поверхности, где днище находится в контакте с водой.

### Программа испытаний

Испытания проводились с буксируемой моделью катамарана, оборудованного воздушной каверной. Проекция «Корпус» теоретического чертежа изолированного корпуса буксируемой модели представлена на рис. 1.

Буксируемая модель изолированного корпуса имела следующие основные характеристики:

Длина по ватерлинии, ЛКВЛ	2,76 м
Ширина, В	0,276 м
Коэффициент полноты КВЛ, $\alpha$	0,472

Предварительным этапом испытаний было нахождение величины оптимального расхода воздуха, при котором не происходит дальнейшего снижения сопротивления. В данном случае оптимальным оказался расход, равный  $Q = 12,4 \text{ м}^3/\text{ч}$ .

Основной задачей было выявление зависимости величины гидродинамического сопротивления от горизонтального клиренса. Предварительно был определен оптимальный расход воздуха для создания каверны. Такая процедура была проведена при одном значении поперечного клиренса. Программа испытаний представлена в табл. 1.

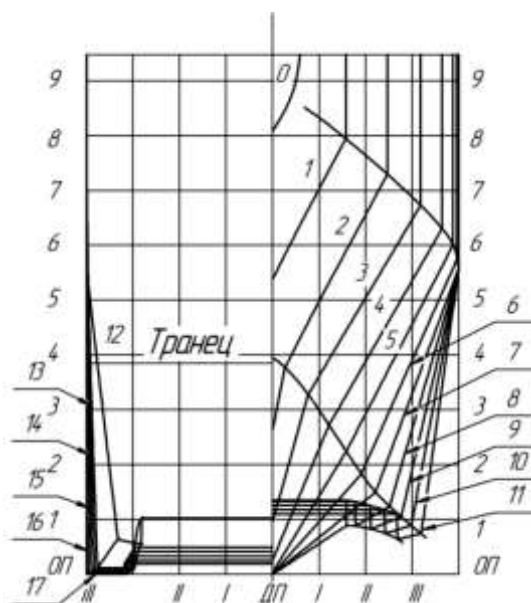


Рис. 1. Проекция «Корпус» буксируемой модели изолированного корпуса катамарана, оборудованного воздушной каверной

Таблица 1

Программа испытаний

Условия испытаний	$C_B$	$x_g, \%$	$V, \text{ м/с}$	$\bar{c}$	Номер рисунка
Определение влияния поперечного клиренса	1,40	40,3	1-5	0,51	2, 3, 4, 5
				0,57	
				0,65	

В данном случае  $C_B$  – коэффициент, учитывающий статическую нагрузку, вычисляется по формуле

$$C_B = \frac{V}{B^3}, \quad (3)$$

где  $V$  – объемное водоизмещение,  $\text{м}^3$ ;  $B$  – ширина наибольшая, м.

Горизонтальный клиренс  $\bar{c}$  был выражен в безразмерном виде

$$\bar{c} = \frac{2B_K}{B_0}, \quad (4)$$

где  $B_K$  – ширина изолированного корпуса, м;  $B_0$  – общая ширина катамарана, м.

Завершающим этапом испытаний были сравнительные испытания катамарана, оборудованного воздушной каверной, и высокоскоростного катамарана с обводами, спроектированными для переходного режима. Значения коэффициентов статической нагрузки  $C_B$ , горизонтального клиренса  $\bar{c}$  и положение центра тяжести были идентичны и равнялись  $C_B = 1,40$ ,  $x_g = 40,3\%$ ,  $\bar{c} = 0,57$ .

### Результаты испытаний

Результаты проведенных испытаний позволили ответить на основные вопросы, которые стояли перед началом исследования о возможности создания эффективной каверны для корпусов с большим удлинением и влиянии горизонтального клиренса на изменение гидродинамического сопротивления и связанных с этим физических процессов.

С взаимодействием корпусов связаны ряд наиболее интересных особенностей гидродинамики катамаранов. Результаты выполненных исследований позволяют установить основные факторы взаимовлияния корпусов быстроходных катамаранов, дать его количественную оценку и практические рекомендации по выбору формы обводов корпусов, величины горизонтального клиренса, оценке сопротивления движению.

Физической основой взаимовлияния корпусов катамарана является изменение поля давлений и скоростей в окружающей корпуса жидкости по сравнению с полем одиночного корпуса.

Для катамаранов с воздушной каверной, так же как и для глиссирующих катамаранов, в первом поддиапазоне переходных чисел Фруда ( $Fr_D = 0,9-2,1$ ) соответствует интенсивный рост угла дифферента при практическом отсутствии всплытия миделевого сечения, во втором поддиапазоне ( $Fr_D = 2,1-3,0$ ) начинается подъем из воды миделевого сечения и уменьшение общей смоченной площади корпуса при замедленном дальнейшем росте угла ходового дифферента. В указанных переходных поддиапазонах, характеризующих тем или другим изменением посадки катамарана, влияние горизонтального клиренса на посадку и сопротивление движению катамаранов имеет свои особенности, причем оно принципиально различается при соответствующих числах Фруда.

Общим принципом, определяющим характер влияния горизонтального клиренса, является стимулирование процессов, связанных с развитием режима глиссирования, при уменьшении клиренса ввиду увеличения давлений в окружающей корпуса жидкости. В первом поддиапазоне чисел Фруда ( $Fr_D = 0,9-2,1$ ), в котором волновое сопротивление глиссирующего катамарана достигает максимальных значений, имеет место наиболее сильное влияние клиренса. Во втором поддиапазоне ( $Fr_D = 2,1-3,0$ ) эффект влияния клиренса несколько снижается, хотя и продолжает иметь достаточно выраженный характер.

Основным же выводом стало доказательство эффективного применения воздушной каверны на судах с большими удлинениями корпусов  $L/B$ , какими являются катамараны. Так, при скорости хода  $Fr_D = 1,5$  выигрыш в сопротивлении по сравнению со своим «традиционным» аналогом составил  $\delta = 12,9\%$ , на скорости  $Fr_D = 2,0 - \delta = 18,8\%$ , а при  $Fr_D = 2,5 - \delta = 24,8\%$ .

Результаты испытаний графически приведены на рис. 2-5.

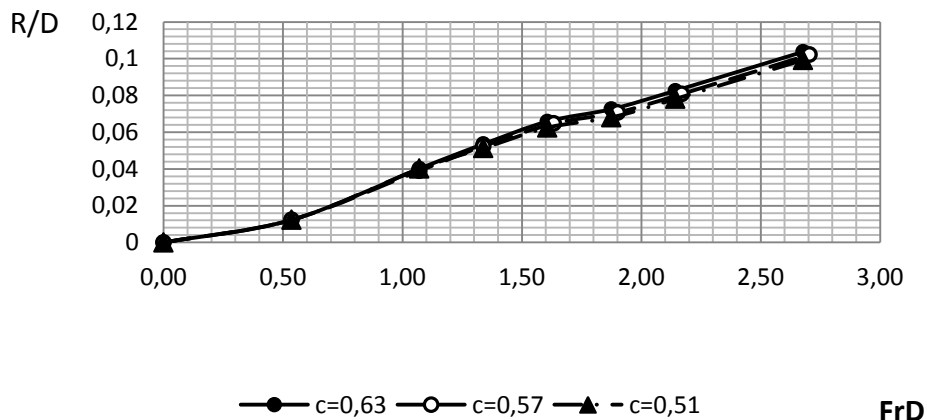


Рис. 2. Зависимость обратного гидродинамического качества ( $R/D$ ) от скорости ( $Fr_D$ ) при различных значениях относительного горизонтального клиренса  $c$

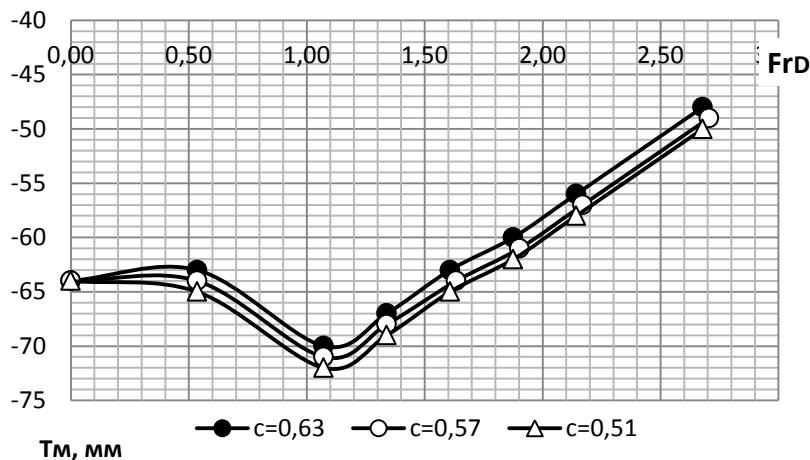


Рис. 3. Зависимость осадки на миделе ( $T_M$ ) от скорости ( $Fr_D$ ) при различных значениях относительного горизонтального клиренса  $c$

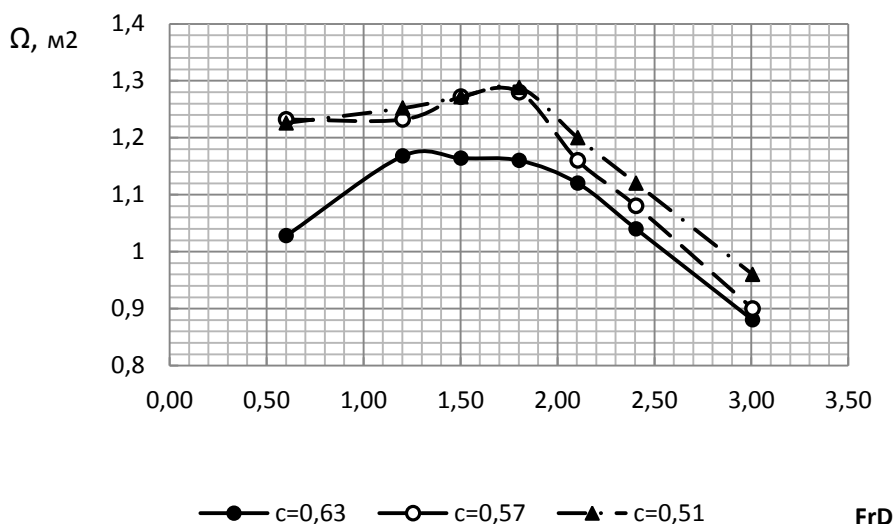


Рис. 4. Зависимость площади смоченной поверхности ( $\Omega_m$ ) от скорости ( $Fr_D$ ) при различных значениях относительного горизонтального клиренса  $c$

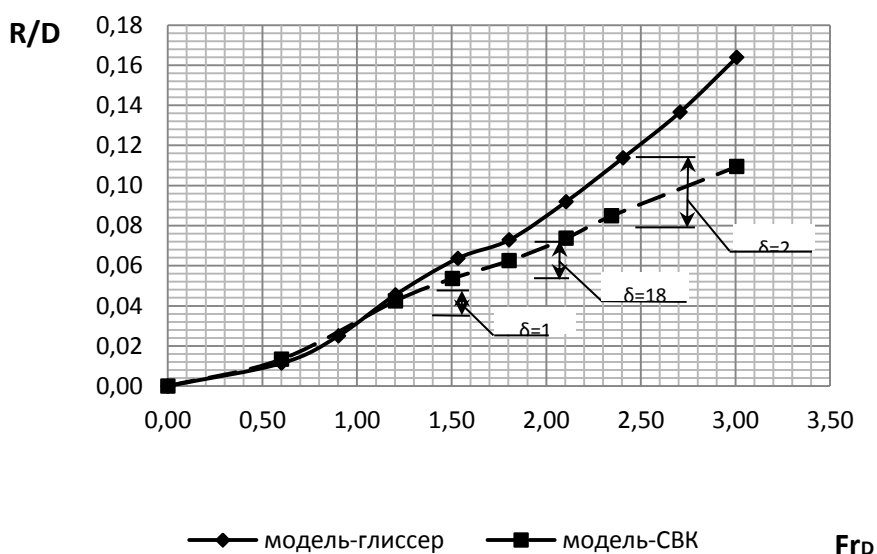


Рис. 5. Сравнительный график гидродинамического сопротивления для высокоскоростного катамарана и катамарана, оборудованного воздушной каверной

### Заклучение

Проведенные испытания позволили ответить на вопрос о возможности эффективного применения искусственной каверны для снижения гидродинамического сопротивления катамаранов, эксплуатируемых в переходном режиме движения в диапазоне скоростей хода  $Fr_D = 1,0 \div 3,0$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бутузов А.А. Об искусственном кавитационном течении за тонким клином, помещенным на нижнюю поверхность горизонтальной стенки // Известия АН СССР. МЖГ. 1967. № 2.
2. Бутузов А.А. Применение искусственной каверны для снижения гидродинамического сопротивления глиссирующего судна // Вопросы судостроения. Сер. Проектирование судов. Л., 1975. Вып. 8. С. 3-19.

3. Бутузов А.А., Сверчков А.В., Чалов С.А. Некоторые результаты исследований по выбору эффективной профилировки днища полуглиссирующих и глиссирующих судов с газовыми кавернами // Тезисы докладов XII науч.-техн. конф. по проектированию скоростных судов, посвященной 80-летию со дня рождения Р.Е. Алексева. Н. Новгород, 1996.

4. Гидродинамика и проектирование судов на воздушной каверне / В.М. Пашин, А.Н. Иванов, В.Г. Калужный и др. // Нева – 2001: 6-я Междунар. конф. по судостроению, судоходству, оборудованию морских платформ и обеспечивающих их работу плавсредств, морская техника для освоения океана и шельфа. СПб., 2001. С. 127-129.

5. Быстроходные суда на воздушной каверне / А.А. Бутузов, А.В. Сверчков, А.В. Пустошный, С.А. Чалов // Проблемы мореходных качеств судов корабельной гидродинамики: тез. докл. науч.-техн. конф. (39 Крыловские чтения). СПб., 1999. С. 126-127.

6. Сверчков А.В., Чалов С.А. Применение искусственных каверн для снижения гидродинамического сопротивления быстроходных судов // Нева'99: сб. тез. Пятой Междунар. конф. по судостроению и судоходству, деятельности портов и освоению океана и шельфа. СПб., 1999. С. 52-53.

**Метелица Сергей Сергеевич** –  
аспирант Нижегородского государственного  
технического университета им. Р.Е. Алексева

**Sergei S. Metelitsa** –  
Postgraduate,  
Nizhny Novgorod State Technical University

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 681.5

**Е.М. Самойлова, М.В. Виноградов, С.А. Игнатиев, В.А. Добряков**

**ОЦЕНКА СВЯЗИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ВНУТРИШЛИФОВАЛЬНЫХ СТАНОЧНЫХ МОДУЛЕЙ  
С КАЧЕСТВОМ ОБРАБОТКИ КОЛЕЦ ПОДШИПНИКОВ**

*Рассмотрена оценка связи динамических характеристик внутришлифовальных станочных модулей с качеством обработки колец подшипников при построении динамической экспертной системы поддержки принятия решения.*

Внутришлифовальный станочный модуль, динамическая характеристика, качество обработки, динамическая экспертная система, виброакустические колебания

**E.M. Samoilova, M.V. Vinogradov, S.A. Ignatiev, V.A. Dobryakov**

**TO EVALUATE THE RELATIONSHIP BETWEEN THE DYNAMIC  
CHARACTERISTICS OF INTERNAL GRINDING MACHINE MODULES  
WITH THE PROCESSING QUALITY OF BEARING RINGS**

*We evaluated the relationship of dynamic characteristics of internal grinding machine modules with the machining quality of the bearing rings when building dynamic expert system of support of decision-making.*

Intragrinding machine module, dynamic response, processing quality, dynamic expert system, the vibroacoustic vibrations

Анализ возможности и потребности разработки динамической экспертной системы поддержки принятия решения (ЭСППР) для контроля и диагностирования шлифовальных станков и выбора режима обработки показал актуальность контроля виброактивности и оценки виброустойчивости, в том числе вибродиагностику оборудования и оценку его динамического качества, а также обоснование

выбора режима обработки с целью обеспечения качества поверхности детали и эффективности производства. В процессе анализа проблемной области как этапа построения динамической экспертной системы выявилась необходимость оценки связи динамических характеристик станочного модуля с параметрами качества колец подшипников, рассмотренная в данной статье [1-3].

В производственных условиях ОАО «ЕПК-Саратов» [4] на внутришлифовальных станках модели SIW-5, SIW-4 в цехах 13, 15 и 26 выполнены экспериментальные исследования, направленные на оценку качества обработки дорожек качения колец подшипников различных типов и ее связи с уровнем ВА колебаний основных узлов (ШУ круга и ШУ детали), а также на определение эталонного станка по наиболее высокому качеству обработки и, соответственно, по минимальной виброактивности. Указанные исследования рассматриваются как обучающий эксперимент в рамках построения динамической ЭСППР [5, 6].

Уровень виброакустических (ВА) колебаний в диапазоне до 4 кГц контролировался виброизмерителем ВШВ-003М2, датчик которого ДН-3 устанавливался на элементы конструкции станка на магнитной опоре. Запись и обработка ВА колебаний осуществлялись компьютером типа Notebook.

Таблица 1

Качество обработки и динамические портреты внутришлифовальных станков SIW-5

Данные о качестве обработки и ВА характеристиках станков	Номера станков							
	№ 331	№ 332	№ 322	№ 302	№ 333	№ 395	№ 242	№ 243
Тип кольца	232726/01	232726/01	32413/01	12318/01	12318/01	2222/01	2222/01	2222/01
Вид обработки	предв.	оконч.	предв.	предв.	оконч.	оконч.	предв.	оконч.
Частота вращения – круга – детали	4500 140	4500 140	8000 150	8000 150	8000 150	8000 150	8000 150	8000 150
Уровень вибраций Уровень вибраций (усл. ед.) – ОУВ ШУ круга – ОУВ ШУ детали	9000 850	2200 800	30000 1200	29000 900	60000 950	7500 700	30000 950	10000 870
Точность обработки	Н	Н	Б	Н	Б	Н	Н	Н
Качество поверхностного слоя (в баллах)	5	3	2	3	2	5	3	4
						эталон		

Таблица 2

Качество обработки и динамические портреты внутришлифовальных станков SIW-4

Данные о качестве обработки и ВА характеристиках станков	Номера станков				
	№ 295	№ 247	№ 338	№ 304	№ 215
Тип кольца	46215/01	256907/01	46215/01	46120/01	256907/01
Вид обработки	предв.	оконч.	оконч.	предв.	оконч.
Частота вращения – круга – детали	9300 180	9000 200	9300 180	9300 180	9000 200
Уровень вибраций (усл. ед.) – ОУВ ШУ круга – ОУВ ШУ детали	24000 3100	6800 170	13000 360	30000 740	6500 680
Точность обработки	Б	Н	Н	Б	Н
Качество поверхностного слоя (в баллах)	2	5	3	2	4
		эталон			



Параметры точности обработки дорожек качения – овальность, гранность, волнистость – контролировались с помощью кругломера Talyrond-73, шероховатость  $R_a$  – профилографом Surtronic-3, неоднородность структуры шлифованного поверхностного слоя (наличие или отсутствие дефектов) контролировалась автоматизированным прибором вихретокового контроля ПВК-К2М, включенным в Госреестр средств измерений №26079-03, причем оценка производилась по четырехбалльной системе (от 2 до 5, где 5 соответствует практическому отсутствию дефектов, а 2 – браку).

Результаты измерений качества обработки (геометрическая точность и однородность структуры поверхностного слоя дорожек качения) и динамические портреты станков (уровни вибраций на шпиндельном узле (ШУ) круга и ШУ детали) представлены в табл. 1, 2, где  $H$  – все параметры точности в норме; Б – если хотя бы один параметр точности не в норме.

На основании сравнительного анализа данных по минимальным значениям уровня ВА колебаний определены эталонные станки: модель SIW-5 – № 395, модель SIW-4 – № 247. Приведенные в таблицах данные вносятся в базу данных ЭС поддержки принятия решений и с ними должны сравниваться данные о вибрациях, полученные в процессе эксплуатации станков при контроле качества обработки в случае разладки технологического процесса.

По результатам контроля даются рекомендации по ремонту или подналадке станков. Например, для станков модели SIW-5: ремонт ШУ круга и ШУ детали требуется для станков № 322 и 333, ремонт ШУ круга – для станков № 302 и № 242. Для станков модели SIW-4 требуется ремонт ШУ круга станков № 295, 338, 304, для станков № 295 и № 304, кроме того, требуется ремонт ШУ детали.

Полученные данные служат основой для построения ЭСППР при контроле эффективности процесса шлифования. По результатам обучающего эксперимента создается база данных и формируется база знаний динамической ЭСППР, на основе которых выдаются рекомендации обслуживающему персоналу по восстановлению параметрической надежности станков.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Заковоротный В.Л., Бордачев Е.В., Алексейчик М.И. Динамический мониторинг состояния процесса резания // СТИН. 1998. № 12. С. 6-13.
2. Динамический мониторинг технологического оборудования / Б.М. Бржозовский, В.В. Мартынов, И.Н. Янкин, М.Б. Бровкова. Саратов: СГТУ, 2008. 312 с.
3. Управление периодичностью правки круга при шлифовании с применением интеллектуальных технологий / Е.М. Самойлова, А.А. Игнатьев, Д.В. Козлов, В.В. Коновалов. Саратов: СГТУ, 2016. 100 с.
4. Игнатьев С.А., Горбунов В.В., Игнатьев А.А. Мониторинг технологического процесса как элемент системы управления качеством продукции: монография. Саратов: СГТУ, 2009. 160 с.
5. Самойлова Е.М. Построение экспертной системы поддержки принятия решения как интеллектуальной составляющей системы мониторинга технологического процесса // Вестник ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение. 2016. № 2 (18). С. 128-142.
6. Самойлова Е.М., Виноградов М.В. Экспертные системы поддержки принятия решений при диагностировании технологического оборудования // Modern European Science – 2015: materials of the XI International scientific and practical conference. 2015. Vol. 10. Technical sciences. P. 80-82.

**Самойлова Елена Михайловна** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизация, управление, мехатроника» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Elena M. Samoilova** – Ph.D., Associate Professor, Department of Automation, Control and Mechatronics, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Виноградов Михаил Владимирович** – доктор технических наук, доцент кафедры «Автоматизация, управление, мехатроника» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Mikhail V. Vinogradov** – Dr.Sc., Associate Professor, Department of Automation, Control and Mechatronics, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Игнатъев Станислав Александрович** –  
доктор технических наук, доцент кафедры  
«Автоматизация, управление, мехатроника»  
Саратовского государственного технического  
университета имени Гагарина Ю.А.

**Добряков Владимир Анатольевич** –  
кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Автоматизация, управление, мехатроника»  
Саратовского государственного технического  
университета имени Гагарина Ю.А.

**Stanislav A. Ignatiev** –  
Dr.Sc., Associate Professor,  
Department of Automation, Control and  
Mechatronics,  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Vladimir A. Dobryakov** –  
Ph.D., Associate Professor,  
Department of Automation, Control and  
Mechatronics,  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 62-88 (031)

**С.В. Алилуев, А.Н. Попов, В.А. Поршневу, В.В. Сафронов, Д.П. Тетерин**

## **ЭЛЕКТРОПНЕВМОГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РУЛЕВОЙ ПРИВОД**

*С использованием методов гипервекторного ранжирования, идентификации и моделирования параметров динамических систем спроектирован и изготовлен комбинированный рулевой привод для перспективного автономного подводного аппарата. Приведены описание конструкции и порядок работы привода, перечислены недостатки, выявленные по результатам испытаний.*

Системный анализ, математическое моделирование, электропривод рулевых органов, рулевой привод, автономный подводный аппарат

**S.V. Aliluev, A.N. Popov, V.A. Porshnev, V.V. Safronov, D.P. Teterin**

## **ELECTRONIC PNEUMOHYDROLIC STEERING GEAR**

*Using the methods for hyper-vector ranging, identification and modeling of dynamic systems parameters, a new combined steering gear for the perspective autonomous underwater vehicle has been designed and fabricated. The description of the design and the operating procedure of the steering gear are given, including the list of faults revealed as result of the tests.*

System analysis, mathematical modeling, electric drive of the steering elements, steering gear, autonomous underwater vehicle

### **Введение**

Разработка автономных подводных аппаратов (АПА) является одним из приоритетных направлений современной робототехники, которое должно определять порядок выполнения аварийно-спасательных, обзорно-поисковых, геологоразведочных, научно-исследовательских и других видов работ в океанских и морских зонах мирового океана в ближайшей перспективе. Развитие этого направления во многом зависит от степени совершенства используемых систем автоматического управления АПА и входящих в их состав рулевых приводов.

Различным вопросам построения рулевых приводов, особенностям их динамики посвящено большое количество работ, например, [1-3]. Вместе с тем общий подход к синтезу рулевых приводов АПА, применение методов системного анализа для выбора эффективных вариантов рулевых приводов АПА, вопросы конструктивного исполнения рулевых приводов, обеспечивающих установку, торможение и фиксацию органов управления АПА в заданном положении с требуемой точностью освещены в литературе недостаточно. Решение этих проблем представляется актуальным.

Общая методика синтеза и построения конструкции рулевого привода АПА заключается в следующем:

1. Генерирование полного множества вариантов рулевых приводов.
2. Разработка системы критериев, раскрывающих характерные свойства рулевых приводов.
3. Выбор (разработка) метода решения задачи.
4. Построение множества эффективных вариантов рулевых приводов (кортежа Парето) и выбор наилучшего по принятой совокупности критериев варианта рулевого привода для последующей реализации.
5. Разработка конструкторской документации и изготовление опытных образцов рулевого привода.

6. Построение математической модели разработанного рулевого привода и определение его динамических характеристик.

7. Проведение испытаний рулевого привода, установление соответствия его параметров требованиям технического задания.

8. Оценка адекватности математической модели.

9. Внесение необходимых коррективов в конструкторскую документацию.

Пункты 1-4 методики подробно раскрыты в [4]. С точки зрения системного анализа выбор наилучшего варианта рулевого привода сводится к задаче гипервекторного ранжирования, метод решения которой изложен в [5]. На основе метода морфологического ящика составлены морфологические таблицы и сгенерировано множество возможных вариантов рулевых приводов (более 3000), определено множество допустимых вариантов (восемь вариантов) и сформирована система критериев для всесторонней оценки рулевого привода.

Состав системы критериев: четыре многовекторные компоненты, двадцать три векторные компоненты, сорок один скалярный критерий. Осуществлены словесная и математическая постановки задачи гипервекторного ранжирования вариантов рулевых приводов. Раскрыты особенности решения задач при использовании метода «жесткого» ранжирования, который лежит в основе метода гипервекторного ранжирования. Решение задачи оказалось возможным благодаря введению псевдозначений векторных и многовекторных компонент [5]. В качестве наилучшего по принятой совокупности критериев выбран комбинированный электропневмогидравлический рулевой привод.

При выполнении этапов 6-8 использовались, в частности, методы идентификации [6, 7] и моделирования [8, 9] сложных технических систем.

Цель настоящей статьи – разработка варианта конструкции выбранного электропневмогидравлического рулевого привода АПА и проверка его работоспособности в различных режимах эксплуатации.

### **Особенности конструкции электропневмогидравлического рулевого привода**

Конструктивными особенностями электропневмогидравлического рулевого привода являются: наличие гидроцилиндра с двумя гидравлическими рабочими камерами; пневмокамеры в виде надувных баллонов, взаимодействующих в противофазе с гидравлическими камерами и сообщённых посредством распределителей с источником давления и разряжения.

На рис. 1, 2 соответственно приведены комбинированная схема и трехмерная модель электропневмогидравлического привода. Привод включает общую корпусную оболочку 1, куда входят пневмоцилиндр 2 и гидроцилиндр 3 с камерами 4, 5, 6 и 7. Камеры представляют собой внутренние полости, в них установлен единый шток 8 пневмоцилиндра 2 и гидроцилиндра 3. Камеры 4 и 5 – соответственно надплунжерные и подплунжерные полости пневмоцилиндра 2; камеры 6 и 7 – соответственно надплунжерные и подплунжерные полости гидроцилиндра 3. Надплунжерная 6 и подплунжерная 7 полости гидроцилиндра 3 соединены между собой параллельными каналами 9 и 10 для перепуска рабочей жидкости из одной полости 6 в другую полость 7. В канале 9 установлены клапан с пневмоприводом 11 и датчики измерения давления 13, а в канале 10 – электромагнитный клапан 12 и датчик линейного перемещения 14.

В каналах подачи воздуха 15 и 16 установлены стравливающие электромагнитные клапаны 17 и 18, а на едином штоке 8 жестко закреплены пневмоплунжер 19 и гидроплунжер 20.

Датчик линейного перемещения 14 контролирует линейное положение штока 8. Датчики давления 13 измеряют давление в надплунжерной 6 и подплунжерной 7 полостях гидроцилиндра 3. Датчик линейного перемещения 14 и датчики измерения давления 13 вырабатывают сигналы отрицательной обратной связи.

### **Особенности взаимодействия элементов электропневмогидравлического рулевого привода**

В исходном положении надплунжерные 6 и подплунжерные 7 полости гидроцилиндра 3, параллельные каналы 9 и 10 заполнены рабочей жидкостью. Электромагнитный клапан 12 работает в режиме широтно-импульсной модуляции, обеспечивающей переменное гидравлическое сопротивление канала 10.

При подаче воздуха в полость 4 пневмоцилиндра 2 через канал 15 открывается стравливающий электромагнитный клапан 17. Под действием внутреннего давления в полости 4 плунжер 19 пневмоцилиндра 2 совместно со штоком 8 и плунжером 20 гидроцилиндра 3 перемещается вправо. Воздух из подплунжерной полости 5 вытесняется в атмосферу через выключенный стравливающий электромагнитный клапан 18. Одновременно рабочая жидкость, находящаяся в подплунжерной полости 7

гидроцилиндра 3, перетекает через открытый клапан с пневмоприводом 11 и электромагнитный клапан 12 по каналу 9 в надплунжерную полость 6 гидроцилиндра 3. Тем самым достигается минимальное тормозное усилие на едином штоке 8, создаваемое гидроцилиндром 3.

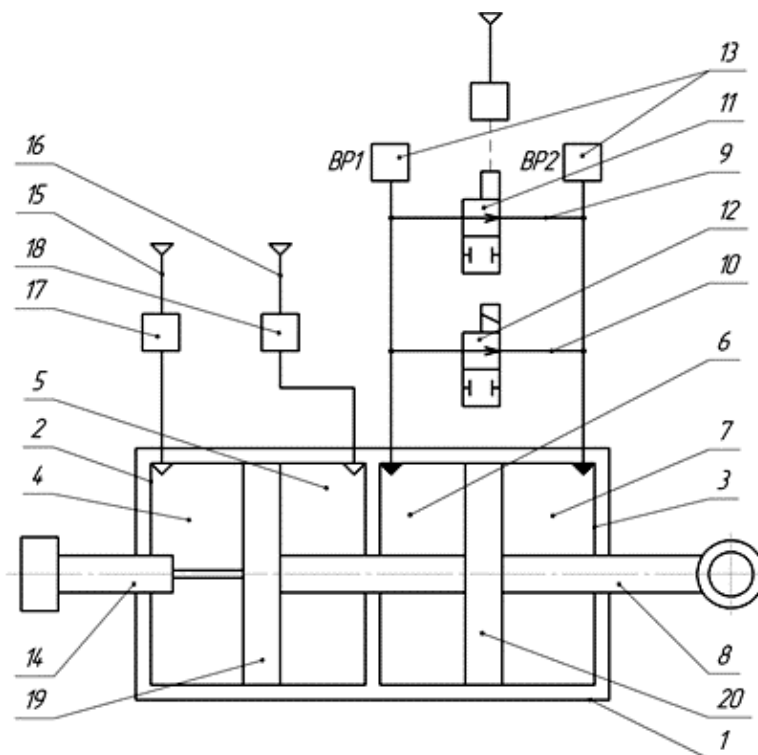


Рис. 1. Комбинированная схема электропневмогидравлического рулевого привода автономного подводного аппарата

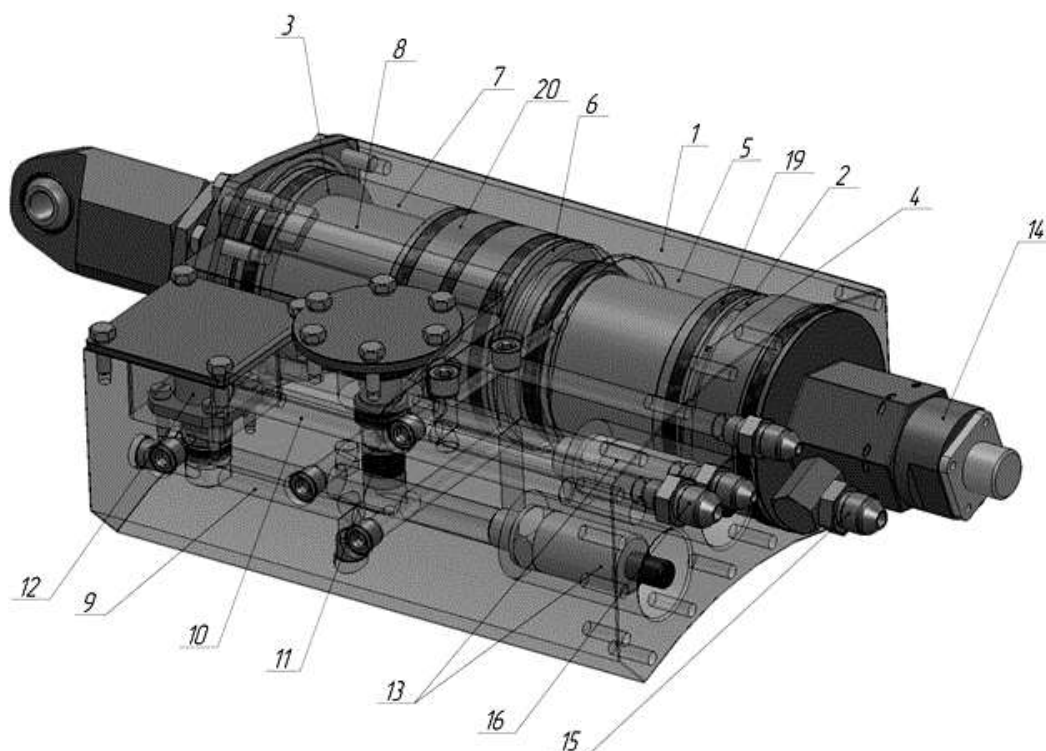


Рис. 2. Трехмерная модель электропневмогидравлического рулевого привода автономного подводного аппарата

При подходе единого штока 8 к заданному положению система управления закрывает клапан с пневмоприводом 11, рабочая жидкость перетекает из подплунжерной полости 7 гидроцилиндра 3 по каналу 10 через электромагнитный клапан 12 в надплунжерную полость 6, при этом гидравлическое сопротивление канала 10 возрастает. Расход жидкости через канал резко падает, давление подплунжерной полости 7 гидроцилиндра 3 возрастает до максимального значения, что приводит к резкому торможению единого штока 8. Для фиксации штока 8 в данном положении выключается стравливающий электромагнитный клапан 17. Расход жидкости через электромагнитный клапан 12 прекращается, давление в полостях 6 и 7 гидроцилиндра 3 выравнивается, единый шток 8 и рабочий орган фиксируются с высокой точностью, поскольку рабочая жидкость несжимаема.

При перемещении единого штока 8 в обратном направлении работа элементов гидравлического привода аналогична.

При подаче воздуха в полость 5 пневмоцилиндра 2 через магистраль 16 открывается стравливающий электромагнитный клапан 18, в результате чего под действием внутреннего давления в полости 5 плунжер 19 пневмоцилиндра 2 совместно со штоком 8 и плунжером 20 гидроцилиндра 3 перемещается влево. Воздух из надплунжерной полости 4 вытесняется в атмосферу через выключенный стравливающий электромагнитный клапан 17.

Одновременно рабочая жидкость из надплунжерной полости 6 гидроцилиндра 3 перетекает через открытый клапан с пневмоприводом 11 по каналу 9 и электромагнитный клапан 12 по каналу 10 в подплунжерную полость 7 гидроцилиндра 3, чем достигается минимальное тормозное усилие на штоке 8.

При подходе штока 8 к заданному положению система управления закрывает клапан с пневмоприводом 11. Рабочая жидкость перетекает из надплунжерной полости 6 гидроцилиндра 3 через электромагнитный клапан 12 по каналу 10 в подплунжерную полость 7. Гидравлическое сопротивление канала 10 при работающем в режиме широтно-импульсной модуляции электромагнитном клапане 12 возрастает. Расход жидкости через него резко падает, давление в надплунжерной полости 6 гидроцилиндра 3 возрастает до максимального значения, что приводит к резкому торможению штока 8. Для фиксации штока 8 в данном положении выключается стравливающий электромагнитный клапан 18. Расход жидкости через электромагнитный клапан 12 прекращается, давление в полостях 6 и 7 гидроцилиндра 3 становится одинаковым, рабочий орган фиксируется с высокой точностью.

Внешний вид электропневмогидравлического рулевого привода представлен на рис. 3. Конструкция предлагаемого рулевого привода защищена патентом на полезную модель [10].



Рис. 3. Опытный образец электропневмогидравлического рулевого привода автономного подводного аппарата

Техническая новизна электропневмогидравлического рулевого привода заключается в использовании гидроцилиндра в качестве тормозящего элемента. Гидроцилиндр находится на одном валу с пневмоцилиндром, что позволяет реализовать преимущества как пневмо-, так и гидроуправления. Отличительной чертой пневмоуправления является быстроедействие, а гидроуправления – высокая точность фиксации рабочего органа в заданном положении.

### Заключение

С использованием методов системного анализа, гипервекторного ранжирования синтезирован наилучший по совокупности критериев вариант электропневмогидравлического рулевого привода. Разработана конструкция рулевого привода, характеристики которого соответствуют требованиям технического задания.

Проведены математическое моделирование и предварительные испытания опытных образцов рулевых приводов, которые показали, что установка рулевого органа АПА в заданное положение и последующая его фиксация осуществляются с высокой точностью во всех режимах эксплуатации.

В ходе предварительных испытаний выявлены следующие конструктивные недостатки:

- большая масса;
- высокое давление рабочего тела;
- повышенная трудоемкость при прокачке привода и наличие «мертвых» зон;
- большое количество уплотнительных соединений.

Недостатки планируется устранить в рамках последующих исследований, которые предполагают, в том числе, использование новых методов:

- гипервекторного перевода сложных технических систем в лидеры [11];
- математического и аналогового моделирования динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями высокого порядка [12].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Динамика следящих приводов: учеб. пособие для втузов / Б.И. Петров, В.А. Полковников, Л.В. Рабинович и др.; под ред. Л.В. Рабиновича. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1982. 496 с.
2. Гидравлические приводы летательных аппаратов: учеб. для авиационных специальностей вузов / Н.С. Гамынин, В.И. Карев, А.М. Потапов, А.М. Селиванов; под общ. ред. В.И. Карева. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. 368 с.
3. Следящие приводы: в 3 т. Т. 1. Теория и проектирование следящих приводов / под ред. Б.К. Чемоданова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 904 с.
4. Выбор наилучшего варианта рулевого привода для автономных подводных аппаратов / С.В. Алилуев, В.А. Поршнева, В.В. Сафронов, Д.П. Тетерин // Труды XVII Всероссийской научно-практической конференции РАРАН (1-4 апреля 2014 г.). Т. 4. Военно-морской флот России. М.: РАРАН, 2014. С. 304-314.
5. Сафронов В.В. Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования: монография. Саратов: Научная книга, 2009. 329 с.
6. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: пер с англ. / под ред. Я.З. Цыпкина. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 432 с.
7. Методы классической и современной теории автоматического управления: учеб.: в 5 т. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егунова. 2-е изд. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 640 с.
8. Решение линейных дифференциальных уравнений. Аналитико-числовые методы и алгоритмы / Л.Г. Быстров, Г.С. Говоренко, Д.П. Тетерин и др. М.: Изд-во МГУЛ, 2004. Ч. 1. 440 с.
9. Тетерин Д.П. Методы моделирования линейных стационарных элементов систем управления летательных аппаратов // Вестник СГТУ. 2009. № 4. Вып. 1. С. 95-100.
10. Пат. № 114738 РФ, МПК F15B11/072. Пневмогидравлический привод / А.В. Алилуев, С.В. Алилуев, Г.С. Говоренко и др. Заявл. 23.12.2011; опубл. 10.04.2012. Бюл. № 10.
11. Сафронов В.В. Гипервекторный перевод сложной системы в число лидеров // Информационные технологии. 2005. № 12. С. 20-25.
12. Тетерин Д.П. Алгоритм приведения  $n$ -точечных краевых задач для однородных линейных дифференциальных уравнений высших порядков к задаче Коши // Вестник СГТУ. 2009. № 2. Вып. 2. С. 11-18.

**Алилуев Сергей Васильевич** –  
ведущий-конструктор ОАО «Конструкторское  
бюро промышленной автоматики», г. Саратов

**Попов Александр Николаевич** –  
генеральный директор ОАО «Конструкторское  
бюро промышленной автоматики», г. Саратов

**Сафронов Валерий Васильевич** –  
доктор технических наук, профессор,  
главный научный сотрудник  
ОАО «КБ Электроприбор», г. Саратов

**Поршнева Владимир Александрович** –  
кандидат технических наук,  
начальник научно-исследовательского центра  
ОАО «КБ Электроприбор», г. Саратов

**Тетерин Дмитрий Павлович** –  
доктор технических наук, заместитель главного  
конструктора ОАО «Конструкторское бюро  
промышленной автоматики», г. Саратов

**Sergey V. Aliluev** –  
Leading Designer,  
JSC Design Bureau of Industrial  
Automation, Saratov

**Alexander N. Popov** – Director General,  
JSC Design Bureau of Industrial  
Automation, Saratov

**Valeriy V. Safronov** –  
Dr. Sc., Professor,  
Chief Scientific Officer  
JSC KB Electropribor, Saratov

**Vladimir A. Porshnev** –  
Ph.D.,  
Head of Research Center,  
JSC KB Electropribor, Saratov

**Dmitriy P. Teterin** –  
Dr.Sc.,  
Deputy Chief Designer, JSC Design Bureau  
of Industrial Automation, Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 004.94

**О.В. Лавриченко**

### **РАЗРАБОТКА НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ТЕОРИИ АКТИВНОГО КОННЕКТА**

*Разработан метод нечеткого моделирования самоорганизующихся многофакторных систем интеллектуальной поддержки принятия решений на основе максимальных значений интеграла Шоке и проведено его сравнение с методом моделирования на базе неманипулируемых механизмов распределения ограниченных инновационных ресурсов предприятий. Представлена его адаптация к описанию авторской теории экономики активного коннекта.*

Инновационные ресурсы, активный коннект, нечеткие множества, системный анализ эффективности, интеграл Шоке, неманипулируемые механизмы

**O.V. Lavrichenko**

### **DEVELOPING FUZZY MODELS TO THE INTELLECTUAL SUPPORT SYSTEM FOR DECISION MAKING USING THE THEORY OF ACTIVE CONNECT**

*A new method was developed for fuzzy modeling of self-organized multi-agent systems used in intellectual support of decision making is based on the maximum values of the Choquet integral, and compared with simulation-based non-manipulable mechanisms for allocating scarce innovation resources of enterprises. The paper presents the adaptation to the description of the author's economic theory of the active connect.*

Innovation resources, active connect, fuzzy sets, system efficiency analysis, the Choquet integral, non-manipulable mechanisms



### Введение

Управление инновационными ресурсами (ИнР) предприятия на базе информационных технологий (ИТ) является критически важной и сложной задачей. В современных условиях ограниченности ИнР предприятий эффективное управление ими требует новых и креативных механизмов взаимодействия (активного коннекта) между лицами, принимающими решения (ЛПР), и информационными системами интеллектуальной поддержки при принятии решений (СИППР).

Результаты анализа теории и практики показали [1, 2], что пока нет достаточного количества исследований о взаимосвязи ИТ и СИППР с конкурентоспособностью предприятия. Если в 80-90-х годах прошлого века их внедрение в инновационную деятельность рассматривалось как случайные всплески в производственном процессе [3, 4], то сегодня – это единственно возможный путь или ключевая парадигма конкурентоспособного развития предприятия [5-7]. Особенно это актуально для крупных предприятий (концернов), так как чем крупнее производство, тем большее число бизнес-процессов участвуют в создании прибыли. ИТ и СИППР стали системными компонентами повседневной хозяйственной деятельности предприятий.

СИППР является эндогенной основой авторской теории экономики активного коннекта (ТАК). Термин ТАК впервые был введен автором [8] в 2013 году, однако потребность в нем имела уже давно. ТАК – это целостная, развивающаяся система знания, которая предусматривает широкое применение ИТ и информационных СИППР в процессах производства, распределения и потребления общественных благ [9, 10].

Анализ работ отечественных и зарубежных ученых [11-13] показал, что оптимальные модели СИППР по управлению ограниченными ИнР целесообразно искать в классе нечетких множеств и вероятностей. Поэтому *целью данной работы* является разработка нечеткой модели СИППР на базе максимальных значений интеграла Шоке и ее сравнение с неманипулируемыми механизмами поддержки принятия решений (НМПР) для задач многокритериального индивидуального и коллективного принятия решений ЛПР.

### Существующие подходы к оптимизации экстремальных значений интеграла Шоке

До настоящего времени основная часть исследований по данному вопросу была посвящена решению многокритериальных задач комбинаторной оптимизации. Так, например, в статье Л. Галанда и его коллег [14] рассматриваются задачи использования минимального покрывающего дерева в поисках кратчайшего пути на графах, где каждое ребро имеет несколько весов. Получаемое в результате дерево (путь) характеризуется некоторым вектором. Для того чтобы выбрать из различных вариантов наилучший, авторы предлагают использовать интеграл Шоке для агрегации таких векторов в интегральные оценки. Таким образом, постановка задачи соответствует минимизации интеграла Шоке на дискретном множестве. Для уменьшения объема вычислений авторы предлагают использовать метод ветвей и границ, в котором верхняя грань вычисляется с помощью следующего свойства:

$$C(v, f) \leq \langle p, f \rangle, p \in \text{Core}(\bar{v}), \quad (1)$$

где  $C(v, f)$  – интеграл Шоке по некоторой емкости  $v, f = \{f_1, \dots, f_n\}$  – функции весов,  $\bar{v}$  – емкость, сопряженная к  $v$ , то есть  $\bar{v}(A) = 1 - v\left(\frac{N}{A}\right), \forall A \subset N$ ;  $\text{Core}(\bar{v})$  – ядро, которое (как уже было упомянуто ранее) определяется как множество вероятностей  $p$ , таких, что  $p(A) \geq v(A); \forall A \in 2^N; p(N) = v(N)$ . Емкостью авторы называют неаддитивную меру  $v$  на  $2^S$ .

Авторы рассматривают только случай 2-чередующейся (субмодулярной) емкости, т. е.  $v(A \cup B) + v(A \cap B) \leq v(A) + v(B) \forall A, B \subset N$ .

Расширение данного подхода было предложено Д. Дюбуа и его коллегами [15], которые представили метод вычисления нижней границы без введения предположения о субмодулярности емкости и продемонстрировали его применение к многокритериальной задаче о кратчайшем пути на графе. Еще одно приложение интеграла Шоке в задачах комбинаторной оптимизации было представлено М. Тимониным [16], который своей целью ставил нахождение подмножества допустимого множества, на котором значение интеграла Шоке лежит в некоторой заданной области вариантов:

$$C(v, f(z)) \in [y_l, y^h]. \quad (2)$$

### Авторский метод поиска экстремальных значений интеграла Шоке и его применение в задачах принятия решений

Фундаментальным вопросом теории экономики активного коннекта является задача построения корректного отображения бинарных отношений (так называемых «предпочтений» ЛПР) при выборе инновационных ресурсов предприятия на некотором их абстрактном множестве среди элементов множества « $\mathbf{R}$ ». Математически данная задача может быть сформулирована как задача построения гомоморфизма между структурой, состоящей из абстрактного множества « $\mathbf{X}$ », некоторого «числа отношений» ЛПР на этом множестве, а также структуры, состоящей из подмножеств множества действительных чисел « $\mathbf{R}$ » и привычных отношений, таких как «+» и др.

Решение данной задачи опирается на два основных класса теорем. Утверждения теорем представимости связывают определенные фундаментальные характеристики исходной структуры с принципиальной возможностью построения гомоморфизма. Утверждения теорем единственности описывают множество гомоморфизмов, связывающих охарактеризованную аксиомами структуру  $\langle X, \geq, \dots \rangle$  с одной и той же структурой  $\langle R, \geq, \dots \rangle$ .

*Первым классом* задач принятия решений ЛПР является сбалансированное распределение инновационных ресурсов между объектами инноваций в условиях неопределенности результатов инновационной деятельности предприятий. Так, если предпочтения ЛПР согласуются с рядом фундаментальных свойств (аксиом), то возможно отображение этих предпочтений с помощью так называемой ожидаемой полезности (т.е. аддитивной модели).

Введем формальное определение задачи принятия решений ЛПР в условиях неопределенности, которым будем называть «ансамбль»  $(S, X, F, \geq)$ , где  $S$  – множество состояний баланса инновационных ресурсов между объектами инноваций;  $X$  – множество исходов выбора объектов инноваций;  $F$  – множество действий функции из  $S$  на  $X$ ;  $\geq$  – отношение предпочтения ЛПР по выбору инновационных ресурсов на  $F$  или на  $X$ .

Таким образом, мы рассматриваем решение задачи принятия решения ЛПР по распределению инновационных ресурсов предприятия при следующих условиях:

- а) предпочтения ЛПР по устранению диспаритета баланса распределения инновационных ресурсов между объектами инноваций, характеризуются вышеприведенным «ансамблем»;
- б) решения ЛПР принимаются так, как если бы существовало некоторое вероятностное распределение ИИР, описывающее насколько вероятно возникновение того или иного исхода;
- в) наиболее предпочтительное решение ЛПР максимизирует ожидаемую полезность его выбора.

*Вторым классом* задач принятия решений ЛПР данного типа являются многокритериальные задачи. При этом первым этапом является отбор объектов инноваций на основе Парето-оптимальности, то есть их поиск с недоминированными векторами оценок.

Многокритериальной задачей принятия решения ЛПР будем называть «ансамбль»  $(N, X, \geq)$ , где  $N$  – множество критериев параметризации баланса распределения инновационных ресурсов предприятия между объектами инноваций;  $X_j, j \in N$  – множество значений его критериев;  $X = \prod X_j, i \in N$  – множество «альтернатив» выбора объектов инноваций.

Таким образом, с учетом принятых условий и допущений нечеткая модель для случая «не менее трех критериев» имеет следующий вид:

$$x \geq y \longleftrightarrow \sum_{i=1}^n v_i(x_i) \geq \sum_{i=1}^n v_i(y_i). \quad (3)$$

В геометрической интерпретации эта запись означает, что если две траектории неравенств отношений предпочтения выбора ЛПР имеют общую точку, то они совпадают. При этом каждая траектория решений автономных неравенств/предпочтений ЛПР принадлежит одному из трех принятых нами выше условий.

Частным случаем нечеткой модели является взвешенное арифметическое усреднение:

$$x \geq y \longleftrightarrow \sum_{i=1}^n w_i x_i \geq \sum_{i=1}^n w_i y_i. \quad (4)$$

Неоспоримым преимуществом нечеткой модели (3) является ее простота. В многокритериальных задачах принятия решений ЛПР можно говорить о «взаимодействии» таких критериев, как взаимодополнение, взаимозамещение, корреляция и т. д. В то же время в задачах принятия решений ЛПР в условиях неопределенности нарушения аксиомы независимости могут появляться в задачах, характеризующихся недостаточной информацией, например в случаях, когда возможное развитие событий описывается не одним, а несколькими возможными вероятностными распределениями ИНР.

Для разрешения проблем, связанных с интенциональными условиями аксиомы независимости, американская группа ученых [17] предложила ослабить аксиоматику модели, заменив независимость на так называемую комонотонную независимость, которая имеет следующий вид:

$$f \geq g \leftrightarrow (C) \int_S u(f) dv \geq (C) \int_S u(g) dv, \quad (5)$$

где  $(C) \int_S u(f) dv$  – интеграл Шоке, а дискретный интеграл Шоке:

$$C(v, (g_1, \dots, g_n)) = \sum_{i=1}^n (g_i - g_{(i-1)}) v(j | G(i) \geq g_i). \quad (6)$$

Данная нечеткая модель (5) является непосредственным обобщением ряда аддитивных моделей. С одной стороны, присутствие независимости подразумевает также и комонотонную независимость, а с другой – вероятность является частным случаем аддитивной емкости. Интеграл Шоке в данном случае совпадает с интегралом Лебега.

Такой подход позволяет решать проблемы, моделирование которых в рамках классических аддитивных моделей было невозможным. В свою очередь, это расширяет границы нечеткого моделирования задач принятия решений ЛПР. В частности, не отображаемый в аддитивных моделях феномен «уклонения от неопределенности» становится возможным смоделировать на нечетком топологическом пространстве с помощью интеграла Шоке.

### Неманипулируемые механизмы СИППР

Ряд современных исследователей считают, что при разработке механизмов обеспечения эффективности принимаемых решений по управлению ИНР необходимо учитывать возможность манипулирования полезной информацией, сообщаемой ЛПР менеджерами предприятий, то есть возможность целенаправленного искажения информации с целью обеспечения принятия ЛПР наиболее благоприятных для них решений [18, 19]. Механизмы интеллектуальной поддержки принятия решений, которые устойчивы к недостоверной или неполной информации, будем называть неманипулируемыми. Под функцией полезности информации будем понимать формализацию заинтересованности менеджеров предприятий в решениях ЛПР концерна (корпорации) и типизацию информации об их предпочтениях в отношении результатов этих решений. К трансферабельной функции полезности мы относим абсолютную или аддитивную модель информации, сообщаемой указанными менеджерами ЛПР.

В авторской теории экономики активного коннекта при разработке нечеткой модели СИППР важна формализация и типизация процессов принятия решений ЛПР в общей постановке или MD (от английского Making Decisions, то есть принятие решений). В общем случае MD можно представить в таком виде

$$MD = \langle O, P, T, Ip \rangle,$$

где  $O$  – множество объектов управления;  $P$  – политики управления по числу объектов;  $T$  – временные интервалы принятия решений;  $Ip$  – информационные процессы, реализуемые для обеспечения политики управления [20].

В общем случае MD для каждого объекта включает такие стадии:  $pI$  – инициирования новой итерации цикла интеллектуальной поддержки принятия решений;  $pP$  – планирования;  $pD$  – фиксации принятых решений в объективной форме и их реализации;  $pC$  – проверки исполнения и оценки качества полученных результатов;  $pA$  – интеллектуальной поддержки.

Для представления MD с точки зрения последующего применения в СИППР мы использовали диаграммы потоков данных, в которых приняли следующие обозначения: основные операции ( $p$ ), потоки данных ( $d$ ) и хранилища данных ( $s$ ).

Диаграмма потоков данных на стадии  $pI$  представлена на рис. 1. Для операций данной стадии использованы следующие обозначения: dOD – данные об объекте управления; dOSD – формализо-

ванное представление объекта; dOM – метаданные объекта; dR – связи типа «параметр-сенсор»; dPM – политика управления; sPT – типы параметров; sDH – сенсоры; sOP – типы операций.

Стадии планирования при принятии решений посвящено много исследований [13, 14], поэтому отдельно мы на ней останавливаться не будем.

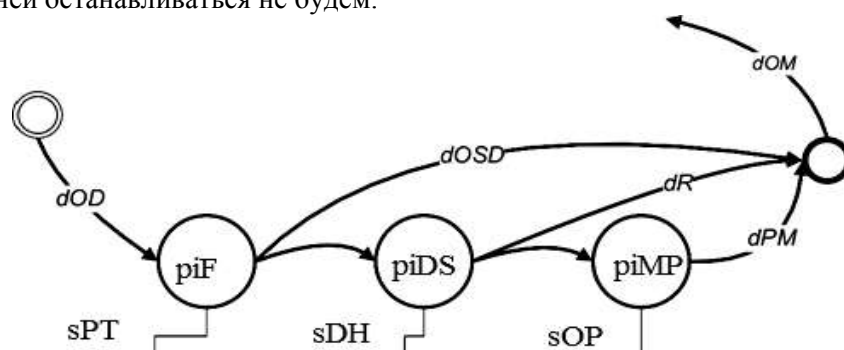


Рис. 1. Диаграмма потоков данных на стадии pi

Диаграмма потоков данных на стадии внедрения и функционирования представлена на рис. 2. Для операций этой стадии использованы следующие обозначения: sSD – информация о выбранном решении для реализации; sRD – информация о ресурсах, необходимых для реализации выбранного решения; dOM – данные об объекте управления; dAL – данные об уровне осведомленности менеджеров предприятий, реализующих принятое решение; dDIEX – данные о реализации процесса обмена информацией между ЛПП и менеджерами предприятий, реализующими принятое решение; dTS – программное обеспечение MD; dR – информация о ресурсах, необходимых для реализации выбранного решения; dSDN – информация о процессе и результатах реализации выбранного решения.

В диаграмме потоков данных на стадии проверки (рис. 3) использованы следующие обозначения: sL – законодательные акты; sCSI – информация о состоянии СИППП; sG – целевые значения выходных управляемых переменных; dCO – запросы на получение данных, формируемые ЛПП на стадии проверки; dCQR – данные, представляющие собой результаты запросов и их графическое отображение; dCRLC – результаты оценки соответствия решений законодательным и другим требованиям; dAR – результаты аудита с целью выявления несоответствий; dDV – перечень выявленных несоответствий; dCSD – выбранное или сформированное системой в автоматическом режиме предпочтительное решение.

Диаграмма потоков данных на стадии интеллектуальной поддержки представлена на рис. 4. Для обозначения операций этой стадии использованы следующие обозначения: dRAP – отчет по результатам анализа; dASD – выбранное решение на стадии реализации и фиксации решений; pAP – анализ политики управления и показателей результативности как степени достижения поставленных целей, состояния выполнения предупреждающих и корректирующих действий; pADM – принятие управленческих решений – либо по инициализации следующей итерации, либо по модификации MD.

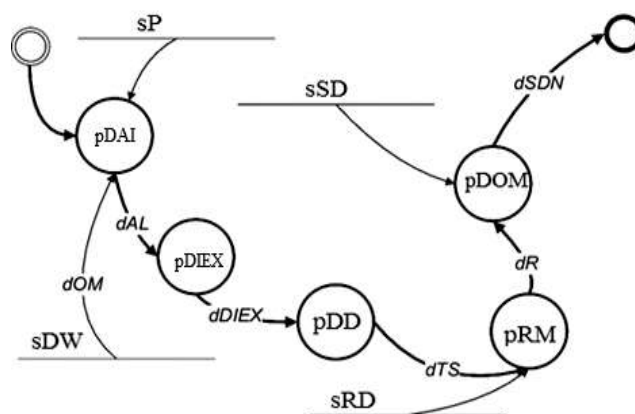


Рис. 2. Диаграмма потоков данных на стадии внедрения принятого решения

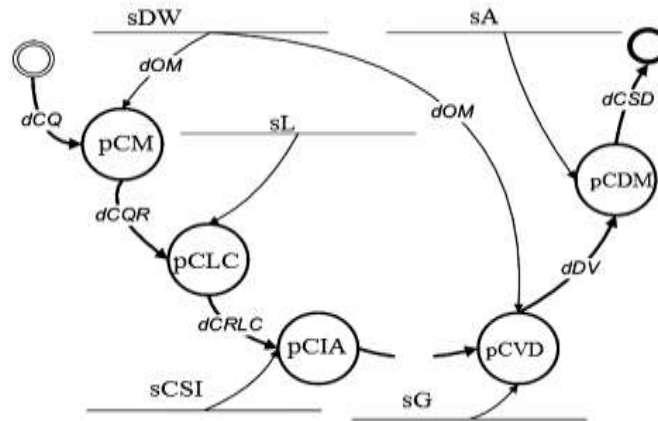


Рис. 3. Диаграмма потоков данных на стадии проверки

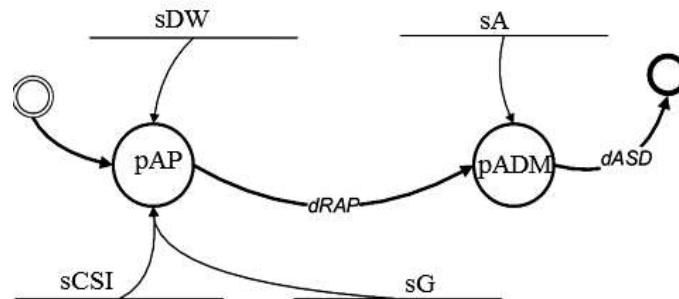


Рис. 4. Диаграмма потоков данных на стадии интеллектуальной поддержки MD

Формально процесс СИППР промышленного концерна записывается следующим образом:  $X$  – множество допустимых значений набора планируемых параметров для ЛПП,  $\Omega$  – множество возможных значений исходной информации  $\omega$ , передаваемой менеджерами предприятия, то есть набор данных, на основании которых ЛПП принимает решение (здесь и далее по тексту для обозначения множеств мы будем использовать жирный шрифт).

Пусть для некоторого критерия эффективности « $K$ » (например, затраты на производство, объем выпуска продукции и т.д.) процедура планирования  $f: \Omega \rightarrow X$  – является оптимальной (далее – целевая процедура). С точки зрения управляемости целевая процедура должна быть однозначной, т.е. в случае, если для какого-либо  $\omega$  существует множество планов  $X^*(\omega) \in X$ , оптимальных по критерию « $K$ », то процедура планирования должна обеспечивать выбор единственного решения  $x^* \in X^*(\omega)$ .

Заинтересованность менеджеров предприятий в определенных решениях ЛПП по распределению ограниченных инновационных ресурсов концерна между предприятиями формализуется функциями полезности  $u^i: \Omega \times X \rightarrow R^i$ , где  $i \in N$  – индекс предприятия,  $N$  – множество предприятий. Класс возможных функций полезности обозначим как  $U^i$ , а набор функций полезности (профиль предпочтений) обозначим в виде  $U$ . С точки зрения теории эффективных механизмов [4] особую роль играют процедуры принятия решений, которые являются эффективными по Парето.

Задачу MD будем называть индивидуальной, если выполняется условие:  $X = \times_{i \in N} X^i$ , то  $\forall i \in N u^i: \Omega \times X^i \rightarrow R^i$  – то есть набор планируемых параметров может быть разделен на несколько параметров, от каждого из которых зависит целевая функция только соответствующего предприятия. Задачу MD будем называть смешанной, если  $\exists N \in 2^N \setminus \Theta: X = \times_{C \in N} X^C: \forall C \in N, \forall i \in C u^i: \Omega \times X^C \rightarrow R^i$ , а задача MD будет коллективной, если  $\exists N \in 2^N \setminus \Theta: X = \times_{C \in N} X^C, \forall C \in N, \forall i \in C u^i: \Omega \times X^C \rightarrow R^i$ .

В рамках подобной формализации необходимо определить  $\omega_f : \Omega \times U \rightarrow v$  – преобразование, описывающее искажение передаваемой информации менеджерами предприятий с учетом их активности при заданной  $f$ . Если  $\omega_f = \omega$ , то процедура планирования  $f$  является неманипулируемой, т.е. робастной по отношению к активности менеджеров предприятий. Для принятия решения ЛПР необходимо введение критерия, определяющего, насколько сильно искажаются результаты оптимального распределения ограниченных ИнР концерна из-за целенаправленной активности менеджеров предприятий, имеющей целью манипулирование решениями ЛПР. На практике в качестве данного критерия рассматривается погрешность манипулирования, то есть максимальное рассогласование результатов MD без и с учетом активности менеджеров предприятий по некоторой метрике  $L$ . По умолчанию в данной работе используется метрика  $L_1$ . Исходя из вышесказанного, инновационные ресурсы  $R$  между предприятиями концерна распределяются по следующему итерационному алгоритму:

**Шаг  $l_1$ .**  $N_l = N_{l-1} \setminus K_{l-1}, K_l = \{i \in N_l : \tau^i \leq q^i(N_l, R_{l-1})\}$ ,

**Шаг  $l_2$ .**  $\forall i \in K_l x^i = \tau^i$ , если  $K_l = \emptyset$ , то алгоритм останавливается и  $\forall i \in N_l x^i = q^i(N_l, R_{l-1})$ .

**Шаг  $l_3$ .**  $R_l = R_{l-1} - \sum_{i \in K_l} \tau^i$ .  $l = l + 1$ . переход на шаг  $l_1$ .

При выборе окончательного варианта решается задача уменьшения погрешности манипулирования. В формализованном виде эту задачу можно представить так:  $p = \langle S, \pi \rangle$ , где  $S = \times_{i \in N} S^i$ ,  $S^i$  – множество допустимых действий (а не только сообщений) менеджеров предприятия,  $i \in N, \pi : S \rightarrow X$  – процедура выбора ЛПР варианта MD, учитывающая целенаправленную активность менеджеров предприятий.

Множества  $S$  и  $\Omega$  могут не иметь между собой ничего общего, но в рамках данной работы существенным является преобразование  $S_\pi : \Omega \times U \rightarrow S$ , определяющее действия менеджеров предприятий в процедуре  $\pi$ . Множество допустимых процедур MD обозначим как  $\Pi$ , а множество его допустимых механизмов – как  $P$ . Решение задачи уменьшения погрешности манипулирования процессом принятия решений ЛПР будем производить на основе модифицированного критерия:

$$\Delta_f(p) = \max_{\omega \in \Omega, u \in U} \|f(\omega) - \pi(S_\pi(\omega, u))\|_L. \quad (7)$$

Сформулируем два определения, которые позволяют решить эту же задачу и с применением неманипулируемых механизмов поддержки принятия решений ЛПР по сбалансированному распределению ограниченных ИнР между предприятиями при нетрансферабельной полезности получаемой информации.

*Определение 1.* Механизм  $\rho_f \in P$  является решением поставленной задачи, если он аппроксимирует целевую процедуру  $f$ :

$$\rho_f^* \in \text{Arg min}_{p \in P} \Delta_f(p). \quad (8)$$

Очевидно, что «идеальным» решением данной задачи является механизм, для которого  $\Delta_f(\rho) \equiv 0$ .

*Определение 2.* Механизм  $\rho_f \in P$  полностью реализует целевую процедуру  $f$ , если  $\Delta_f(\rho) \equiv 0$ . При этом соответствующая целевая процедура называется полностью реализуемой.

Для определения достаточности и целесообразности применения некоторых классов НМПР для решения поставленной задачи также введем два определения.

*Определение 3.* Механизмы  $\rho = \langle S, \pi \rangle$  и  $\tilde{\rho} = \langle \tilde{S}, \tilde{\pi} \rangle$  эквивалентны для заданных  $\Omega$  и  $U$ , если соблюдаются условия:

$$\forall \omega \in \Omega, \forall u \in U \pi(S_\pi(\omega, u)) \equiv \tilde{\pi}(S_{\tilde{\pi}}(\omega, u)).$$

*Определение 4.* Процедура  $f$  обладает нередуцируемой погрешностью манипулирования, если механизм  $\langle \Omega, f \rangle$  является решением задачи.

Обозначим через  $f_p$  – целевую процедуру принятия решения ЛППР, которая реализуется некоторым механизмом. Если обозначить через  $F_p$  – множество всех целевых процедур принятия решения, реализуемых классом механизмов  $\mathbf{P}$ , то Определение 2 для решения задачи может быть сформулировано в терминах подобных процедур следующим образом:

$$\rho: f_p \in \text{Arg} \min_{f \in F_p} \max_{\omega \in \Omega} \| f(\omega) - \tilde{f}(\omega) \|. \quad (9)$$

Из нечеткой модели (9) следует, что при распределении ограниченных ИнР промышленного концерна между его предприятиями с числом более двух множество допустимых вариантов решения  $\mathbf{X}$  определяется ресурсным ограничением  $\mathbf{R}$  по следующей формуле:

$$X = \{x = \{x_1, \dots, x_m\} \in R_m^+ \mid \sum_{j=1}^m x_j \leq R\}. \quad (10)$$

### Заключение

Подводя итог проделанной работе в данном исследовании, можно сделать следующие выводы: 1) применение максимальных значений интеграла Шоке в процессе разработки нечетких моделей СИППР существенно расширяет возможности оптимизации решений для ЛППР в случаях как многокритериальных задач, так и задач принятия решений в условиях неопределенности; 2) на сегодняшний день методы поиска экстремальных значений интеграла Шоке и их применение в задачах принятия решений недостаточно исследованы, поэтому создание более эффективных методик и алгоритмов на их основе важно как в практическом, так и в теоретическом планах; 3) нечеткие модели СИППР по управлению ИнР, разработанные на основе неманипулируемых механизмов, позволяют ЛППР принимать индивидуальные решения, которые с достаточно высокой степенью эффективности обеспечивают сбалансированное распределение инновационных ресурсов концерна между его предприятиями; 4) для задачи многокритериального коллективного (совместно с менеджерами предприятий) принятия решений, ЛППР необходимо расширить виды предпочтений, для которых могут быть описаны классы НМППР в условиях дефицита инновационных ресурсов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Брумштейн Ю.М., Тарков Д.А., Дюдиков И.А. Анализ моделей и методов выбора оптимальных совокупностей решений для задач планирования в условиях ресурсных ограничений и рисков // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2013. № 3. С. 169-180.
2. Брумштейн Ю.М., Дюдиков И.А. Модели оптимизации подбора ресурсов при управлении совокупностью проектов с учетом зависимости качества результатов, рисков, затрат // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2015. № 1. С. 78-88.
3. Nelyubin A., Podinovskiy V. Algorithmic decision rule using ordinal criteria importance coefficients with a first ordinal metric scale // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2012. Vol. 1. P. 43-59.
4. Information technology and open innovation: a strategic alignment perspective / T. Cui, H. Ye, H. Teo, J. Li // Information and Management. 2015. Vol. 52. P. 348-358.
5. Measuring the alignment of websites and organizational critical activities / W.H. Hung, R.Y. McQueen, D.C. Yen, P.Y.K. Chau // Technology Analysis and Strategic Management. 2015. Vol. 27. P. 550-568.
6. Mu E., Kirsch L.J., Brian B.S. The Assimilation of enterprise information system: an interpretation systems perspective // Information and Management. 2015. Vol. 52. P. 359-370.
7. Nazareth D.L., Choi J. A system dynamics model for information security management // Information and Management. 2015. Vol. 52. P. 123-134.
8. Lavrichenko O.V. Intentionality of the theory of economics of active connect // Paradigms of knowledge. 2013. № 3. P. 22-28.
9. Лавриченко О.В. Системный анализ и управление инновационной системой промышленного предприятия. М.: Изд-во Моск. гуманит. ун-та, 2015. 234 с.

10. Lavrichenko O.V. Forming business innovative technologies are the endogenous basis of the innovation system of an industrial enterprise. 2<sup>nd</sup> ed. Vienna: East West Association for Advanced Studies and Higher Education GmbH Publ., 2015. 172 p.
11. Lavrichenko O.V. Development of sampling analysis of multidimensional structures of the innovative enterprise systems // European science. 2014. № 1. P. 9-17.
12. O'Leary D.E. Enterprise recourse planning systems: Systems, life cycle, electronic commerce and risk. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 2000. 198 p.
13. Poston R., Grabski S. Financial impacts on enterprise resource planning implementations // International Journal of Accounting Information Systems. 2001. № 2. P. 271-294.
14. Galand L., Parny P., Spanjard O. A branch and bound Choquet integral optimization in multicriteria problems. N.Y.: Atheneum Publ., 2010. 134 p.
15. Dubois D., Fargier H. Capacity refinements and their application to qualitative decision evaluation // Symbolic and Quantitative to Reasoning with Uncertainty Lecture Notes in Computer Science. 2009. Vol. 5590. P. 311-322.
16. Timonin M. Robust optimization of the Choquet integral. Retrieved from <http://sciedirect.com/science/article/pii/S0165011412001856> (accessed 14.11.2014).
17. Fouchal H., Gandibleux X., Le H. Preferred solutions computed with alabal setting algorithm based on Choque integral for multi-objective shortest paths. N.Y.: Atheneum Publ., 2011. 218 p.
18. Коргин Н.А. Представление механизма последовательного распределения ресурсов как неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Управление большими системами. 2012. № 36. С. 186-208.
19. Lavrichenko O.V. Development and support of a probity-sampling method of analysis of innovation systems of the Far-Eastern industrial enterprises as multidimensional structures inhomogeneous set of objects innovation // Austrian journal of technical and natural sciences. 2014. № 9. P. 108-11.
20. Щербаков М.В. Интеллектуальная поддержка при принятии управленческих решений в цикле постоянного улучшения: дис. ... д-ра техн. наук. Волгоград: ВолгГТУ, 2014. 333 с.
21. Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы принятия решений в управлении организационными системами: дис. ... д-ра техн. наук. М.: ИПУ РАН, 2013. 289 с.

**Лавриченко Олег Вячеславович** –  
кандидат экономических наук,  
генеральный директор ООО «Протекс-Студио»,  
г. Москва

**Oleg V. Lavrichenko** –  
Ph.D., Director General  
of ООО Protex-Studio, Moscow

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*

УДК 004.032.24

**Г.М. Чуркин, Н.О. Пинюгин**

### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОЦЕССОРНОГО ПОДХОДА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ СВОЙСТВ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ**

*Предлагается использовать процессорный подход, применяемый для аудита управления ИТ на предприятии, для формирования критериев оценки свойств автоматизированной системы управления технологическим процессом. Определён перечень типовых информационных процессов, формирующих управление и соответствующих функциональным признакам, выделяемых по стандарту ГОСТ 21404-85. Приводится модель системы критериев оценки свойств автоматизированной системы управления технологическим процессом.*

Концепция, проектирование, задачи выбора



G.M. Churkin, N.O. Pinyugin

**THE PROCESSOR APPROACH FOR ASSESSMENT CRITERIA OF AUTOMATED CONTROL SYSTEMS USED IN MANAGING TECHNOLOGICAL PROCESSES**

*It is proposed to use the processor to audit IT management of an enterprise, in order to the form the assessment criteria of the properties of the automated control system applied in technological processes. A list of typical information processes used in control systems and relevant to particular functional lines satisfying GOST 21404-85. The paper provides a model of the criteria for evaluating the properties of the automated control system used in technological processes.*

Concept, design, choice problem

**Введение.** При проектировании автоматизированных систем (АС) по стандарту ГОСТ 34.601-90 должны быть проведены разработка вариантов концепции АС и выбор варианта концепции АС [1].

При формализации задачи выбора концепции АС как задачи выбора процесса принятия решения [2, 3] возникает необходимость выбора или формирования системы критериев оценки свойств АС.

Оценки качества АС являются оценками качества свойств АС. Определение свойств и показателей свойств в работах [9-19] базируется на общепринятых стандартах качества [6, 7] и комплексной модели АС, отражающей все элементы ее архитектуры [5].

В периодических материалах при рассмотрении АС как объекта исследования используют понятия: информационная система (ИС), корпоративная ИС (КИС), информационно-вычислительная система (ИВС), автоматизированная система обработки информации и управления (АСОИУ), информационно-управляющая система (ИУС), автоматизированная система управления предприятием (АСУ П), автоматизированная системы управления технологическим процессом (АСУ ТП). Все перечисленные объекты исследований, во-первых, информационные системы, во-вторых, в названии определения АС используется либо характеристика объекта автоматизации, либо характеристики реализуемых функций. Наиболее приемлемый термин для определения АС – это система, интенсивно использующая программное обеспечение (Software Intensive Systems, SIS, [4]).

При оценке качества (свойств) различных видов АС можно выделить следующие подходы:

- как система в целом [5, 8],
- через оценку её отдельных компонент [9-11],
- как оценка качества программного обеспечения [12-15],
- как оценка качества типовых процессов управления предприятия (процессорный подход) [16-19].

*Оценка качества АС как системы в целом* не позволяет оценить влияние каждого элемента ее архитектуры на качество системы в целом.

*При оценке качества АС через оценку её отдельных компонент* либо не рассматриваются этапы жизненного цикла, либо рассматриваются не все стандартизируемые этапы жизненного цикла и компоненты архитектуры АС.

Что касается *оценки качества АС как оценки качества программного обеспечения*, то оценка проводится по одному компоненту инфраструктуры АС, и это не позволяет получить полную оценку качества.

*Процессорный подход* используется для аудита управления информационными технологиями (ИТ) на предприятии и базируется в основном на стандартах: библиотека знаний Information Technology Infrastructure Library (ITIL) [18], «Задачи информационных и смежных технологий» («Control Objectives for Information and Related Technology» (COBIT)) [17], инструкции в Microsoft® Operations Framework (MOF) [19]. В России системы, реализующие эти ИТ, называют АСУ П.

Так, стандарт COBIT рассматривает типовые процессы цикла PDCA: plan-do-check-act (планируй – делай – проверяй – действуй). На языке теории автоматического управления это процессы реализации принципа формирования управляющего воздействия по отклонению [20]. При этом *планирование* определяет программное состояние управляемого процесса (объекта), *делай* – реализация программы, *проверяй* – контроль реализации программы, *действуй* – формирование управляющего воздействия для ликвидации отклонений от программы.

Типовые процессы цикла PDCA в количестве 34 шт. сгруппированы в 4 домена (сферы деятельности). Наличие этих процессов позволяет гарантировать владельцу бизнес-процесса, что система управления реализуется ИТ и может быть адекватной задачам бизнеса.

Оценка процессов проводится *по девяти атрибутам процесса*, определенным в ИСО/МЭК 15504-2 [21]. Шкала оценок рейтинговая.

В стандартах [17-19] уровень ИТ процессов формирования управления АСУ ТП не рассматривается.

В работе приводится перечень типовых информационных процессов, формирующих управление, и предлагается использование процессорного подхода [17] для формирования системы критериев, необходимых для формализованной постановки задачи выбора концепции АСУ ТП.

Используемые в работе термины и определения общетехнических понятий соответствуют ГОСТ 34.003-90.

### **Использование процессорного подхода для оценки АСУ ТП**

Регламентируемые процессы «DS12 Управление физическим оборудованием» стандарта СОbIT [17] включают процессы преобразования информации, которые формируют управление. Для использования процессорного подхода для оценки АСУ ТП необходимо выделить эти типовые процессы, т.е. провести декомпозицию процессов DS12 стандарта [17] по назначению информационных технологий для формирования управления. Такими процессами являются:

- получение информации,
- преобразование формы информации,
- передача информации.
- получение новой информации,
- хранение информации,
- преобразование информации в действие.

Эти процессы совпадают с функциональными признаками средств автоматизации, выделяемыми ГОСТ 21404-85 [22]:

- показание (измерение) – получение информации,
- дистанционная передача – передача информации,
- сигнализация, автоматическое регулирование; управление, вычислительные функции – получение новой информации,
- регистрация – хранение информации,
- преобразование – преобразование информации в действие.

Отсюда следует, что функциональные признаки могут быть положены в определение перечня типовых информационных процессов формирования управляющего воздействия. При этом эти процессы могут быть ручными, автоматизированными или автоматическими. Заметим, что в группах типовых процессов может оцениваться каждый процесс.

Реализация технологических процессов требует определённого уровня свойств ресурсов информационных процессов. Виды ресурсов этих процессов совпадают с видами ресурсов ИТ предприятия [17]:

- *Приложения* – прикладные системы и ручные процедуры для обработки информации.
- *Информация* – данные в любой форме, введенные, обработанные и выведенные информационными системами в любой используемой форме.
- *Инфраструктура* – это технология и устройства (например, аппаратное обеспечение, операционные системы, системы управления базами данных, сетевое оборудование, мультимедиа, а также та среда, в которой все это находится и поддерживается), которые обеспечивают работу приложений.
- *Персонал* – люди, необходимые для проведения работ этапов жизненного цикла АСУ ТП.

Оценка свойств этих ресурсов может быть нижним уровнем иерархической структуры системы критериев.

Если ресурс имеют структурные элементы, то оценка ресурса формируется на оценках свойств этих элементов, система оценок которых также может иметь иерархическую структуру. Например, инфраструктура включает техническое обеспечение, программное обеспечение, базы данных и др., а, например, программное обеспечение включает операционные системы и прикладные программы, и оценка их свойств (оценка качества) по стандарту [14] имеет четырёхуровневую иерархическую структуру оценок (рис. 1).

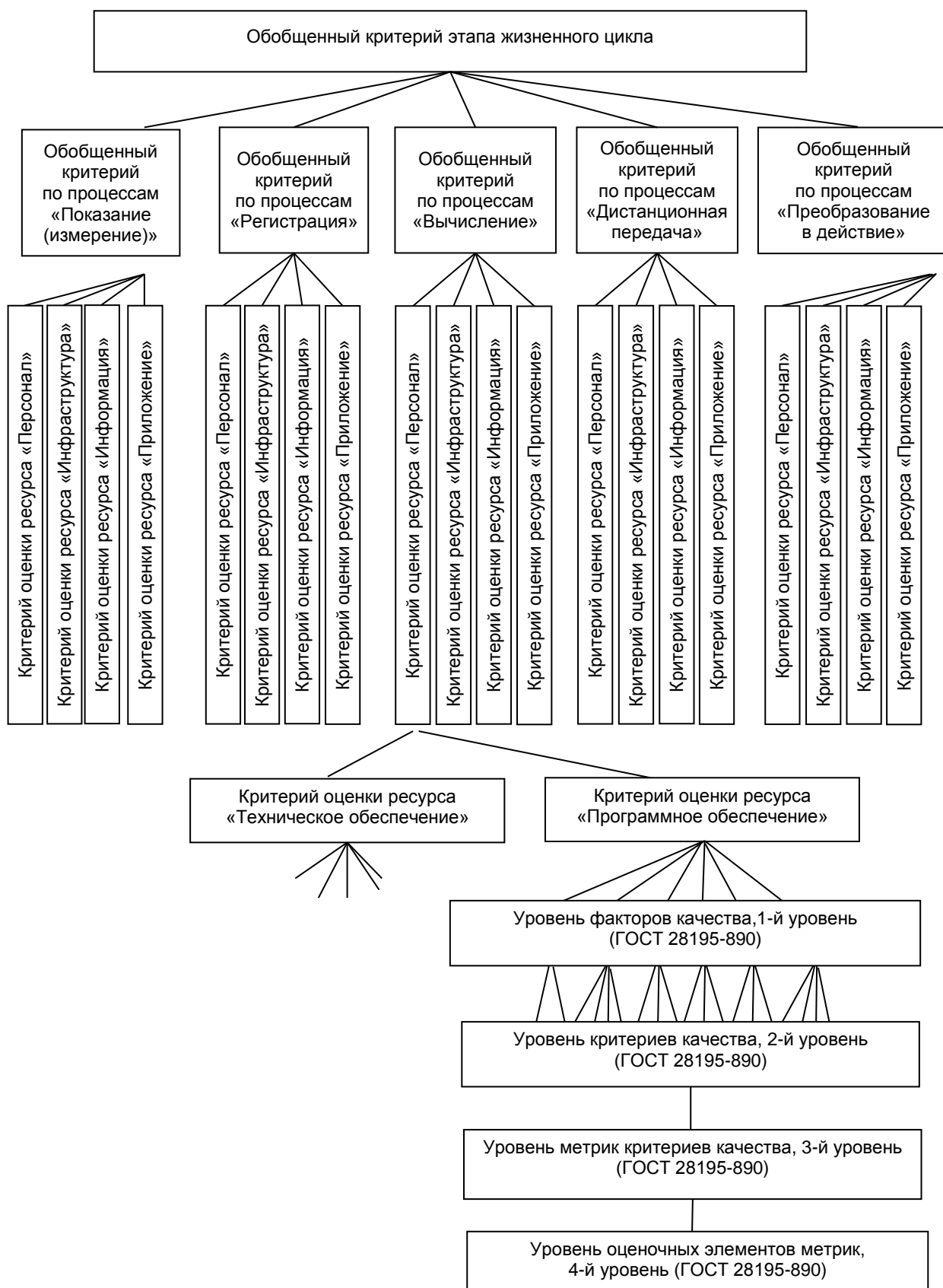


Рис. 1. Система критериев АС на этапе применения (эксплуатации)

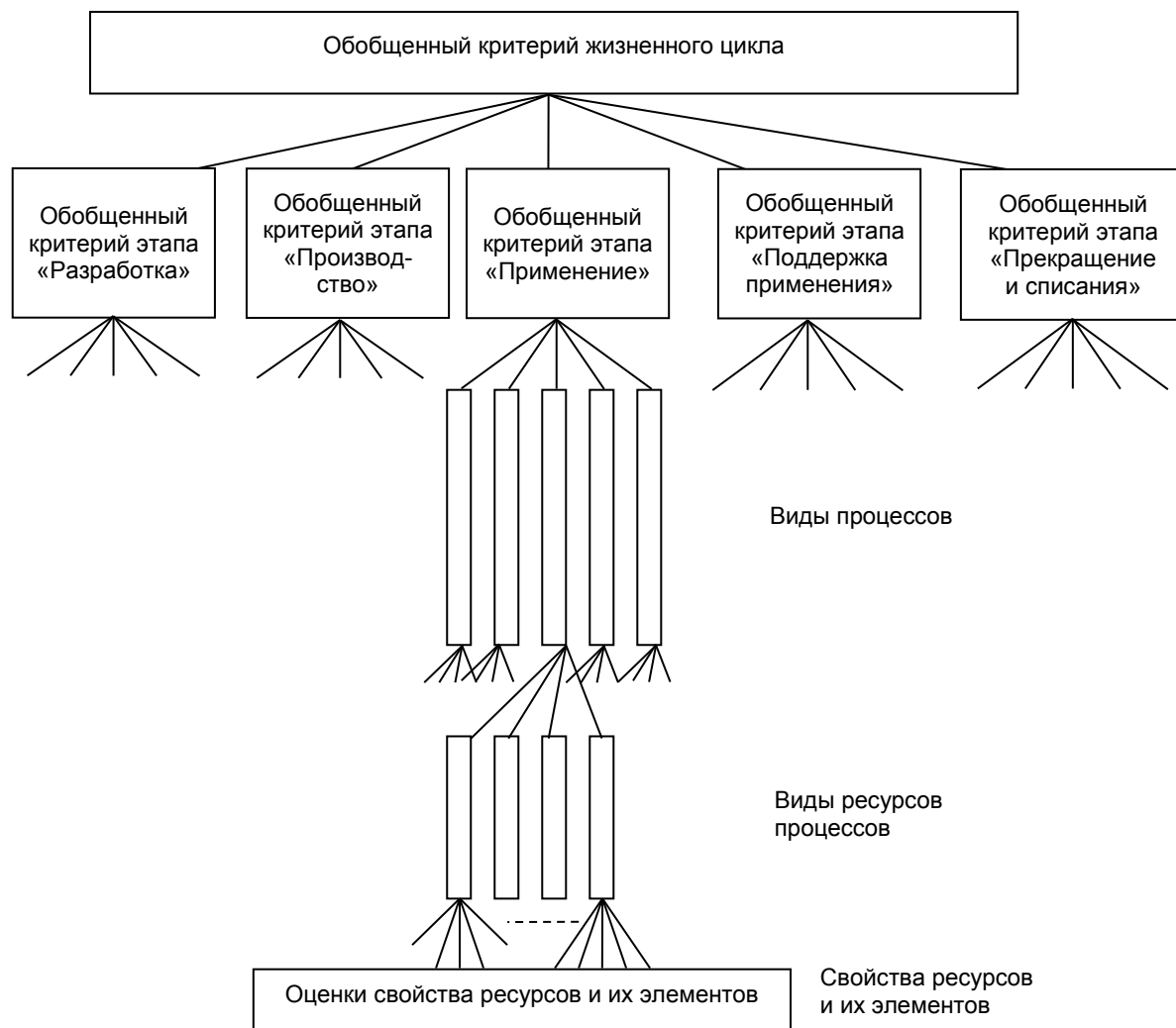


Рис. 2. Система критериев АС на этапах жизненного цикла

Для каждого элемента ресурсов оценка свойств должна проводиться либо по стандарту, как в случае программных продуктов, либо принятыми на практике метриками и шкалами метрик.

На оценках ресурсов формируется оценка типовых процессов, реализуемых при формировании управляющего воздействия.

Оценки типовых процессов позволяют формировать оценку АСУ ТП в целом.

В итоге получаем систему критериев, имеющую иерархическую структуру (рис. 1).

Определение оценок последующего уровня на оценках предыдущего можно проводить путём различных свёрток или векторной оценкой. Для уменьшения детализации оценок можно процесс оценивания начать с любого уровня критериев, для которых имеются оценки, полученные каким-либо способом.

Полученную модель системы критериев можно использовать на любой из стадий жизненного цикла, определяемых стандартом ГОСТ Р ИСО/МЭК 15288-2005 [23]. Из них выберем стадии: разработки, производства, применения, поддержки применения, прекращения применения и списания (рис. 2). При этом заметим, что не все нормированные ресурсы и не все свойства ресурса используются на этапах жизненного цикла. Например, на этапах «Разработка», «Производство», «Прекращения списания» ограничиваются свойствами, характеризующими затраты различного вида на создание или реализацию ресурса [10, 11].

### Заключение

1. Предлагается использовать процессорный подход, используемый для аудита управления ИТ на предприятии, для формирования критериев оценки свойств автоматизированной системы управления технологическим процессом.

2. Приводится перечень типовых информационных процессов, формирующих управление и соответствующих функциональным признакам стандарта ГОСТ 21404-85.
3. Использование оценок ресурсов типовых процессов позволяет оценить вклад каждого элемента ее архитектуры на качество системы в целом.
4. Предлагаемый подход позволяет оценить элементы АСУ ТП на этапах жизненного цикла.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 34.601-90. Информационные технологии. Автоматизированные системы. Стадии создания. М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1990. 21 с.
2. Чуркин Г.М. Использование комбинаторно-логических методов структурного синтеза при выборе концепции технического обеспечения автоматизированных систем // Вестник СГТУ. 2014. № 3 (76). С. 97-104.
3. Теория выбора и принятия решений / И.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубчинский, В.Б. Соколов. М.: Наука, 1982. 328 с.
4. IEEE. IEEE Recommended Practice for Architectural Description of Software-Intensive Systems. Institute of Electrical and Electronics Engineers. Sept. 2000. IEEE Std 1471-2000.
5. ГОСТ 34.003-90 «Автоматизированные системы. Термины и определения». Режим доступа: <http://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=137473>.
6. ГОСТ ИСО 9000-2011. Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь. М.: Стандартиформ, 2012. 28 с.
7. ГОСТ 15467-79. Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения. М.: Стандартиформ, 2009. 21 с.
8. Нибежев Х.А. Метод проектирования бортовых телекоммуникационных систем: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: МГИЭИМ, 2009. 34 с.
9. Разумовский Г.В., Романенко С.А., Экало А.В. Оценка качества информационной системы на основе показателей добротности // Программные продукты и системы. 2005. № 2. С. 22-26.
10. Лобанов В.Н., Петровский А.Б. Выбор вычислительного кластера, основанный на агрегировании многих критериев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. 2013. Вып. 2. С. 39-54.
11. Петровский А.Б., Лобанов В.Н. Многокритериальный выбор в пространстве признаков большой размерности: мультиметодная технология ПАКС-М // Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. Вып. 3. С. 92-104.
12. ИСО/МЭК 9126 1-4:2001. Программная инженерия. Качество продукции. Режим доступа: <http://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=135185>.
13. Липаев В.В. Выбор и оценивание характеристик качества программных средств. Методы и стандарты. Сер. Информационные технологии. М.: СИНТЕГ, 2001. 228 с.
14. ГОСТ 28195-89. Оценка качества программных средств. Общие положения. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2001. 32 с.
15. ИСО 14598-1-6:1998-2000. Оценивание программного продукта. Ч. 1. Общий обзор. Ч. 2. Планирование и управление. Ч. 3. Процессы для разработчиков. Ч. 4. Процессы для покупателей. Ч. 5. Процессы для оценщиков. Ч. 6. Документирование и оценивание модулей. Режим доступа: <http://expert.gost.ru/ID/DOC/90003.pdf>.
16. ГОСТ Р ИСО МЭК 15504 Информационные технологии. Оценка процессов. Ч. 1. Концепция и словарь. Режим доступа: <http://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=175314>.
17. COBIT: A Business Framework for the Governance and Management of Enterprise IT. Режим доступа: <http://www.isaca.org/cobit/pages/default.aspx>.
18. Ингланд Роб. Овладевая ITIL; пер. с англ. М.: Лайвбук, 2011. 200 с.
19. Microsoft Operations Framework. Режим доступа: <http://technet.microsoft.com/en-us/library/cc506049.aspx>.
20. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб.: Профессия, 2007. 752 с.
21. ИСО/МЭК 15504-2. Информационная технология. Оценка процесса. Ч. 2. Проведение оценки. Режим доступа: <http://www.gosthelp.ru/gost/gost48767.html>.

22. ГОСТ 21.404-85. Автоматизация технологических процессов. Обозначения условные приборов и средств автоматизации в схемах. М.: Стандартиформ, 2007. 12 с.

23. ИСО/МЭК 15288:2002. Системная инженерия. Процессы жизненного цикла систем. М.: Стандартиформ, 2006. 53 с.

**Чуркин Геннадий Максимович** –  
доцент кафедры «Радиоэлектроника  
и телекоммуникации» Саратовского  
государственного технического университета  
имени Гагарина Ю.А.

**Gennady M. Churkin** –  
Associate Professor,  
Department of Radioelectronics  
and Telecommunications,  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Пинюгин Никита Олегович** –  
студент Саратовского государственного  
технического университета имени Гагарина Ю.А.

**Nikita O. Pinyugin** –  
Undergraduate,  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*

# ЭНЕРГЕТИКА

УДК 536.2:532.517.4

Ю.Я. Печенегов

## МЕТОД РАСЧЕТА ТЕПЛООБМЕНА И СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ ГАЗА РАЗНОЙ АТОМНОСТИ С ПЕРЕМЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ

*На основе модели пограничного слоя и свойства консервативности характеристик погранслоевых течений разработан метод расчета теплообмена и сопротивления стабилизированных турбулентных потоков в каналах. Получены уравнения для числа Нуссельта и коэффициента гидравлического сопротивления трения потоков. Уравнения содержат структурные параметры, позволяющие учитывать влияние на сопротивление и теплообмен переменности физических свойств теплоносителей при их нагреве и охлаждении. Для газовых теплоносителей анализируется влияние их атомности на теплообмен и сопротивление в условиях неизотермичности. Показано, что характер влияния на теплообмен переменности свойств различен для газов малой и большой атомности и зависит от числа Рейнольдса потока. Результаты расчетов по полученным формулам сравниваются с теоретическими и опытными данными других авторов.*

Турбулентный поток; пограничный слой; теплообмен; гидравлическое сопротивление; переменные физические свойства теплоносителя; атомность газа

Yu.Ya. Pechenegov

## A METHOD FOR CALCULATION OF HEAT TRANSFER AND RESISTANCE IN THE CHANNELS OF TURBULENT GAS STREAMS WITH VARIOUS VALENCY AND VARIABLE PROPERTIES

*On the basis of the boundary layer model and conservation properties of the boundary layer flows, the author developed a method for calculating heat transfer and resistance of stabilized turbulent flows in the channels. The equations for Nusselt number and the hydraulic friction coefficient streams were received. The given equations contain the structural parameters taking into account the impact of physical properties on the resistance and heat transfer during the heating and cooling processes. Analysis was conducted for the gas heat to find the impact of the valency on the heat transfer and resistance under non-isothermal conditions. It is shown that the impact characteristics on the heat variability differs for gases with small and large valency, and depends on the number of the Reynolds flow. The results of calculations obtained according to the formulas are compared with the theoretical and experimental data provided by the other authors.*

Turbulent flow; boundary layer; heat exchange; hydraulic resistance; variables of the physical properties of the coolant; gas atomicity

В последнее время для решения задач теплообмена и гидравлического сопротивления турбулентных потоков в каналах с использованием ЭВМ разрабатываются расчетные коды (см., например, [1, 2]), основанные на использовании дифференциальных уравнений пограничного слоя и различающиеся в основном принятыми моделями турбулентности, которые включают эмпирические данные, полученные для изотермических течений при постоянных физических свойствах среды потока. Погрешность эмпирических данных, необходимых для расчета теплообмена, обычно не ниже 10 % [1].

Точность результатов расчетов не может быть выше точности использованных эмпирических данных. Это обстоятельство, «непрозрачность» коммерческих расчетных кодов и относительная сложность расчетов на ЭВМ являются причиной того, что в инженерной практике основой для расчетов теплообмена и сопротивления по-прежнему служат опытные уравнения подобия.

Коэффициент гидравлического сопротивления трения  $\xi$  при турбулентном течении в гладких трубах и каналах некруглого поперечного сечения в широкой области изменения чисел Рейнольдса ( $Re = 4 \cdot 10^3 \div 10^{12}$ ) рекомендуется [3] определять по эмпирической формуле Филоненко

$$\xi = (1,82 \lg Re - 1,64)^{-2}, \quad (1)$$

с хорошей точностью описывающей сопротивление изотермических потоков. Для более узкой области  $Re = 10^4 \div 10^6$  такой же по точности результат, как и (1), дает формула [4]

$$\xi = 0,184 Re^{-0,2}. \quad (2)$$

Для расчета теплообмена турбулентных потоков в каналах предложено большое количество эмпирических формул. Наибольшее применение имеют формула Михеева

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \quad (3)$$

и формула Петухова – Кириллова

$$Nu = \frac{(\xi/8) Re Pr}{1 + 900/Re + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{2/3} - 1)}, \quad (4)$$

которая в настоящее время считается одной из наиболее универсальных и надежных [3, 4].

Физические свойства теплоносителей, входящие в уравнения подобия, устанавливаются по так называемой определяющей температуре. В качестве определяющей чаще всего выбирают среднюю температуру потока. Так как в условиях больших температурных напоров физические свойства теплоносителей существенно меняются по сечениям и по длине потоков теплоносителей, причем характер изменения может быть самым разным, это приводит к необходимости вводить поправки на переменность свойств в уравнения вида (1)÷(4).

Для газовых теплоносителей поправки имеют вид:

$$\varepsilon_t = Nu/Nu_0 = (T_c/T_{cp})^k; \quad (5)$$

$$\varepsilon_\xi = \xi/\xi_0 \varepsilon_\xi = (T_c/T_{cp})^m, \quad (6)$$

где  $Nu$  – число Нуссельта и  $\xi$  – коэффициент гидравлического сопротивления в условиях неизотермичности при средней температуре  $T_{cp}$  потока, К;  $Nu_0$  и  $\xi_0$  – то же, изотермического потока при той же  $T_{cp}$  и одинаковых для обоих потоков числах Рейнольдса  $Re$  и Прандтля  $Pr$ ;  $T_c$  – температура стенки, К.

Использование в (5) и (6) в качестве аргумента температурного фактора  $T_c/T_{cp}$  обусловлено тем, что зависимости физических свойств газов от температуры могут быть представлены в виде приближенных степенных соотношений

$$A = A_0 (T/T_0)^{m_A}, \quad (7)$$

где  $A$  – физическое свойство при температуре  $T$ , К;  $A_0$  – то же, при температуре  $T_0 = 273$  К;  $m_A$  – показатель степени, имеет разную величину для различных свойств и газов.

Определению показателя степени  $k$  в (5) посвящено значительное число опытных и теоретических работ. Полученные результаты не имеют хорошей сходимости между собой. В учебной и справочной литературе даются разноречивые рекомендации для выполнения расчетов. Например, в [5] рекомендовано для турбулентных стабилизированных потоков газа принимать  $k = -0,5$ , при  $T_c/T_{cp} \geq 1$  и  $k = 0$  при  $T_c/T_{cp} < 1$ . По данным [6],  $k = -0,37$  как при нагреве, так и при охлаждении газов. В [7] указывается, что для каждого газа значение  $k$  свое и для водяного пара и двуокиси углерода при  $T_c > T_{cp}$  составляет примерно  $-0,15$ . Влияние индивидуальных свойств газов на  $\varepsilon_t$  отмечено также в [8] по результатам экспериментов с аргоном, азотом, водородом, воздухом, диоксидом углерода при  $T_c/T_{cp} > 0,5$  и постоянной плотности теплового потока на стенке.

На основании опытов с воздухом в [9] получено



$$\varepsilon_t = 1,27 - 0,27(T_c/T_{cp}) \quad (8)$$

при  $0,5 < T_c/T_{cp} < 1$  и  $k = -0,55$  при  $1 < T_c/T_{cp} < 3,5$ .

Гидравлическое сопротивление потоков газовых теплоносителей при переменных свойствах и зависимость показателя степени  $m$  в (6) от влияющих факторов изучены в меньшей степени. Полученные разными авторами экспериментальные и теоретические данные и рекомендации по определению  $m$  и  $\varepsilon_\xi$  часто не имеют хорошего количественного согласования между собой.

Ограниченность и неоднозначность имеющихся в литературе данных затрудняют практические расчеты. Отсюда следует необходимость дальнейшего изучения проблемы и поиска новых методов расчета.

В настоящей работе предложен метод расчета теплообмена и гидравлического сопротивления при течении в трубах неизотермических стабилизированных турбулентных потоков газа, основанный на использовании соотношений для характеристик пограничного слоя, записанных в относительном виде и одинаково справедливых как для изотермических, так и для неизотермических потоков.

Рассматривается пограничный слой толщиной  $\delta$ , равной половине диаметра  $d$  трубы, или для щелевого канала – половине его ширины  $a$ . Принимается, что пограничный слой состоит из тонкой пристенной зоны (подслой), где процессы переноса осуществляются путем молекулярной диффузии, и внешней зоны с турбулентным механизмом переноса. Результаты имеющихся исследований указывают на то, что влияние переменности физических свойств теплоносителя на процессы переноса формируется в пристенной зоне потока. Внешняя зона с высокоинтенсивным турбулентным переносом не является лимитирующей для переноса импульса и тепла.

Касательное напряжение по толщине гидродинамического подслоя  $\delta_n$  принимается постоянным, равным касательному напряжению потока на стенке  $\sigma_c$ . В этом случае распределение скорости  $w$  потока по толщине  $\delta_n$  линейное и в соответствии с законом вязкого трения Ньютона можно записать

$$\sigma_c = \mu_c \frac{w_n - w_c}{\delta_n}, \quad (9)$$

где  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости теплоносителя;  $w_n$  и  $w_c$  – скорости на расстоянии  $\delta_n$  от стенки и на стенке соответственно; из условия прилипания  $w_c = 0$ ; индекс  $c$  здесь и далее означает, что параметр на стенке или при температуре стенки  $T_c$ .

При течении в каналах касательное напряжение на стенке связано с коэффициентом гидравлического сопротивления трения  $\xi$  соотношением [6]

$$\sigma_c = \xi \rho_{cp} w_{cp}^2 / 8, \quad (10)$$

где  $\rho$  – плотность теплоносителя; индекс  $cp$  здесь и далее означает, что параметр средний в сечении потока (здесь  $w_{cp}$  – средняя скорость) или взят при средней температуре потока  $T_{cp}$ .

Приравняв правые части уравнений (9) и (10), для коэффициента гидравлического сопротивления трения имеем

$$\xi = \frac{8 \mu_c w_n}{\delta_n \rho_{cp} w_{cp}^2}. \quad (11)$$

В соответствии с [10] толщину гидродинамического подслоя определим выражением

$$\delta_n = C v_c / \sqrt{\sigma_c / \rho_c}, \quad (12)$$

где множитель  $C = C(\text{Re})$  определяется по опытным данным;  $v$  – кинематический коэффициент вязкости теплоносителя.

Скорость потока  $w_n$  на расстоянии  $\delta_n$  от стенки найдем из «закона одной седьмой» [10]:

$$w_n = w_{\max} (\delta_n / \delta)^{1/7}, \quad (13)$$

где  $w_{\max}$  – максимальная скорость на оси трубы.

При распределении скорости по закону «одной седьмой» связь между максимальной и средней скоростями в сечении потока определится выражением [10]

$$w_{\max} = w_{cp}/0,8. \quad (14)$$

Используя уравнения (10), (12), (13), (14) и учитывая, что, например, для круглой трубы  $\delta = d/2$ , вместо (11) получим

$$\xi = \frac{10\mu_c}{\rho_{cp}w_{cp}} \left(\frac{d}{2}\right)^{-0,143} \left(\frac{C v_c \sqrt{\rho_c}}{\sqrt{\xi \rho_{cp} w_{cp}^2/8}}\right)^{-0,857}. \quad (15)$$

Преобразуя (15), можно получить

$$\xi = 14 \text{Re}^{-0,25} \left(\frac{1}{C}\right)^{1,5} \varepsilon_{\xi}, \quad (16)$$

где число Рейнольдса  $\text{Re}$  определено по  $w_{cp}$ ,  $v_{cp}$  и  $d$  или, в общем случае, по эквивалентному диаметру канала  $d$ ;  $\varepsilon_{\xi}$  – параметр, учитывающий влияние переменной физических свойств теплоносителя:

$$\varepsilon_{\xi} = \left(\frac{\mu_c}{\mu_{cp}}\right)^{0,25} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{cp}}\right)^{0,75}. \quad (17)$$

По своему содержанию  $\varepsilon_{\xi} = \xi/\xi_0$ , где  $\xi$  – коэффициент гидравлического сопротивления неизотермического потока, а  $\xi_0$  – то же, для изотермического потока при одинаковых для обоих потоков числах Рейнольдса  $\text{Re}$ . Параметр  $\varepsilon_{\xi}$  по (17) можно интерпретировать как упомянутый выше поправочный множитель, который следует вводить в правую часть уравнения (1) или других подобных уравнений для учета влияния неизотермичности потока на его сопротивление.

Из условия сходимости результатов расчета по (16) при  $\varepsilon_{\xi} = 1$  с опытными данными, приведенными в [10], для функционала  $(1/C)^{1,5}$  в (16) нами получена корреляционная зависимость

$$(1/C)^{1,5} = 0,021 + 3 \cdot 10^{-5} \text{Re}^{0,37}. \quad (18)$$

Из (12) следует, что  $C = \delta_n \sqrt{\sigma_c/\rho_c}/v_c$ , то есть величина  $C$  представляет собой безразмерную толщину гидродинамического подслоя. При  $\text{Re} = 10^4$ , например, из (18) получим  $C = 12,7$ .

С учетом (18) выражение (16) запишем в виде

$$\xi = (0,3 \text{Re}^{-0,25} + 4,2 \cdot 10^{-4} \text{Re}^{0,12}) \varepsilon_{\xi}. \quad (19)$$

Сравнение расчета по (19) при  $\varepsilon_{\xi} = 1$  с формулой (1) приведено в таблице. Можно видеть, что сходимость данных вполне удовлетворительная в широкой области изменения числа  $\text{Re}$ .

Результаты расчетов  $\xi$  по (19) и по (1)

Re	$5 \cdot 10^3$	$10^4$	$5 \cdot 10^4$	$10^5$	$5 \cdot 10^5$	$10^6$	$5 \cdot 10^6$	$10^7$	$10^8$
$\xi$ по (1)	0,0385	0,0314	0,0209	0,018	0,0131	0,0116	0,009	0,0081	0,006
$\xi$ по (19)	0,0368	0,0313	0,0215	0,0185	0,0133	0,0117	0,009	0,0082	0,0068

Используя (7) и имея в виду, что для плотности газов  $m_p = -1$ , уравнение (17) можно привести к виду (6), где

$$m = 0,25m_{\mu} - 0,75. \quad (20)$$

Численные значения  $m$  для разных газов (аргон Ar; гелий He; неон Ne; азот  $\text{N}_2$ ; водород  $\text{H}_2$ ; воздух; окись углерода CO; двуокись серы  $\text{SO}_2$ ; двуокись углерода  $\text{CO}_2$ ; дымовой газ; аммиак  $\text{NH}_3$ ; метан  $\text{CH}_4$ ; этан  $\text{C}_2\text{H}_6$ ; пропан  $\text{C}_3\text{H}_8$ ; бутан  $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ; пентан  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ ; гексан  $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ; гептан  $\text{C}_7\text{H}_{16}$ ; октан  $\text{C}_8\text{H}_{18}$ ; ацетон  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ ; бензол  $\text{C}_6\text{H}_6$ ; бромметил  $\text{CH}_3\text{Br}$ ; хлорметил  $\text{CH}_3\text{Cl}$ ; циклогексан  $\text{C}_6\text{H}_{12}$ ; четырех-

хлористый углерод  $\text{CCl}_4$ ; этилацетат  $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ ; этиловый эфир  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ ), рассчитанные по (20), приведены на рис. 1. Видно, что одно- и двухатомные газы имеют  $m = -(0,57 \pm 0,58)$ , а для трехатомных  $m$  изменяется от  $-0,57$  (продукты сгорания топлива) до  $-0,43$  (водяной пар). Для газов, атомность  $N$  которых выше четырех, значения  $m$  группируются возле линии, соответствующей величине  $m = -0,5$ . Из рис. 1 видно, что все рассмотренные газы по величине  $m$  вписываются в достаточно узкий интервал от  $m = -0,58$  до  $m = -0,45$  при среднем значении  $m = -0,5$ .

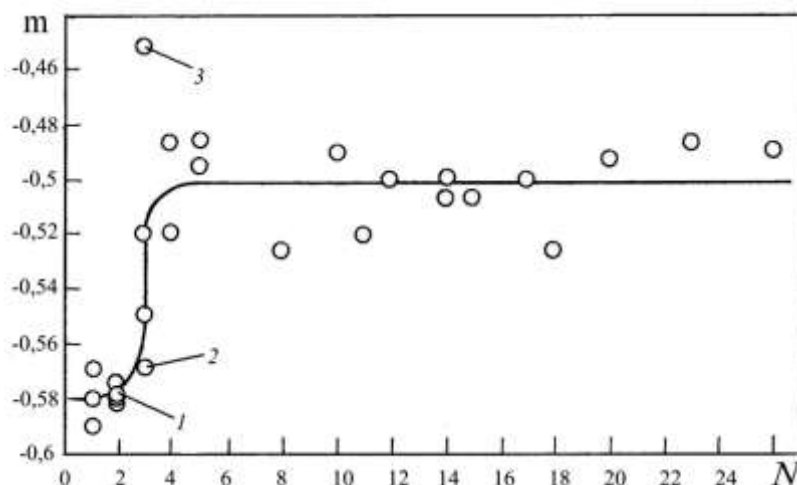


Рис. 1. Зависимость показателя степени  $m$  в формуле (6) от числа  $N$  атомов в молекуле газа: 1 – воздух; 2 – продукты сгорания топлива (средний состав); 3 – водяной пар

На рис. 2 расчет по зависимости (6) с показателем степени  $m$  по (20) сравнивается с данными разных авторов, изучавших влияние переменных свойств газов на гидравлическое сопротивление потоков в трубах. Видно, что наш расчет для воздуха, а также при  $m = -0,5$  (среднее значение) и для водяного пара (соответственно линии 1, 2 и 3) в условиях нагрева и охлаждения потока удовлетворительно согласуется с теоретическим расчетом Петухова и Попова [11], который выполнялся для воздуха и водорода по значительно более сложной методике с использованием полуэмпирических соотношений для коэффициентов турбулентного переноса импульса и тепла. Достаточно хорошее согласование наш расчет имеет и с теоретической формулой Кутателадзе и Леонтьева [6]

$$\xi/\xi_0 = \left[ 2 / \left( \sqrt{T_c/T_{cp}} + 1 \right) \right]^2. \quad (21)$$

Представленные на рис. 2 сравнительные экспериментальные данные получены для стабилизированных значений  $\xi$  и  $\xi_0$  турбулентных потоков двухатомных газов (воздух, азот) в трубах с  $x/d > 50$ , где  $x$  – длина трубы. Видно, что разброс экспериментальных данных значителен. В области  $T_c/T_{cp} > 1$  наш расчет удовлетворительно согласуется с опытными данными Ильина [12] и Ляхова, Кугая [13]. Согласование с опытными данными Лельчука, Дядякина [14], а также Perkins and Worsce-Schmidt [15] качественное.

Для области  $T_c/T_{cp} < 1$  (охлаждение газа) экспериментальных работ мало. В опытах [16, 17] с воздухом не обнаружено существенного влияния неизотермичности на гидравлическое сопротивление потока. В работе [12] по единой методике исследовалось сопротивление потока воздуха как при его нагреве, так и при охлаждении. Для интервала  $T_c/T_{cp} = 0,5 \pm 1$  в [12] получено увеличение  $\xi$  по отношению к  $\xi_0$  в пределах до 20%. Теоретические расчеты дают значительно большее различие  $\xi$  и  $\xi_0$  (рис. 2). Расхождение расчетных и экспериментальных данных в условиях охлаждения потока пока не находит убедительного объяснения. Возможно, расхождение связано с влиянием сжимаемости и особенностями изменения плотности газа в поперечных сечениях потоков с переменными свойствами. При выполнении практических расчетов можно рекомендовать для этих условий принимать  $\varepsilon_\xi \approx 1$ .

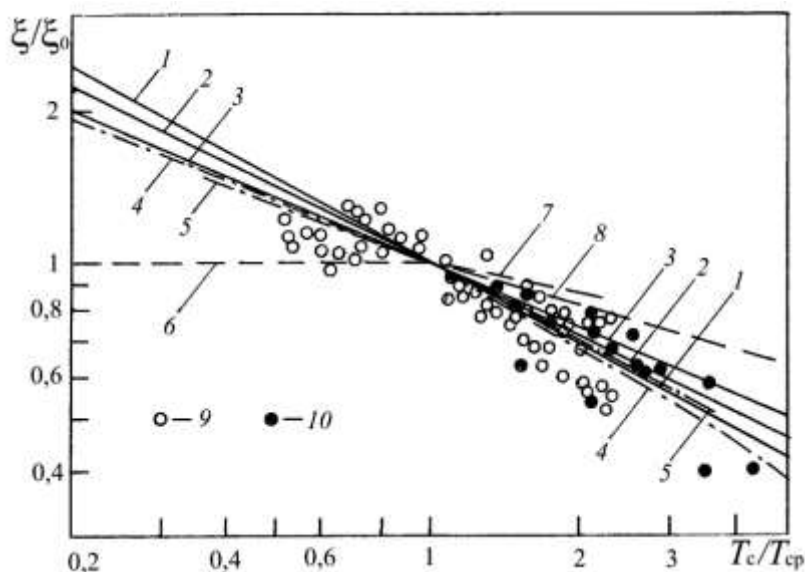


Рис. 2. Зависимость отношения  $\xi/\xi_0$  для потоков газа от температурного фактора  $T_c/T_{cp}$ :  
 сплошные линии (1, 2, 3) – наш расчет; 1 – воздух; 2 –  $m = -0,5$ ; 3 – водяной пар;  
 4 – расчет по теоретической формуле Кутателадзе и Леонтьева (21);  
 5 – теоретический расчет Петухова и Попова [11], воздух и водород; 6 – линия, обобщающая  
 опытные данные Артамонова и др. [16] и Амбразявичюса и Стасюкайтиса [17], воздух;  
 7 – линия, осредняющая опытные данные Лельчука и Дядякина [14]

Для определения характеристик теплообмена рассмотрим прямой щелевой канал шириной  $a$ , в котором пограничный слой стабилизированного потока имеет толщину  $\delta = a/2$ . Возле стенки формируется тонкий тепловой подслой (пристенная зона) толщиной  $\delta_{n,m}$  с преимущественно молекулярным механизмом переноса, который практически полностью определяет интенсивность теплообмена в системе «поток – стенка».

Принимается, что по толщине пристенной зоны местная плотность теплового потока  $q$  не изменяется и равна ее величине на стенке  $q_c$ , что позволяет записать

$$q_c = \frac{\lambda_c}{\delta_i} (t_c - t_i), \quad (22)$$

где  $\lambda$  – коэффициент молекулярной теплопроводности теплоносителя;  $t_c$  и  $t_n$  – температуры стенки и потока на расстоянии  $\delta_{n,m}$  от стенки соответственно, °C.

Толщина теплового подслоя определена выражением

$$\delta_i = C \text{Pr}^{-n} \nu_c / \sqrt{\frac{\sigma_c}{\rho_c}}, \quad (23)$$

где множитель  $C$  и показатель степени  $n$  находятся по экспериментальным данным.

К числу универсальных соотношений теплового пограничного слоя относится выражение для избыточной температуры

$$\frac{t_c - t}{t_c - t_\delta} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^b, \quad (24)$$

где  $t$  – текущее (местное) значение температуры в сечении потока на расстоянии  $y$  от стенки;  $t_\delta$  – температура на внешней поверхности пограничного слоя при  $y = \delta$ .

Выполненная нами обработка результатов опытных измерений [18] распределения температуры в поперечном сечении стабилизированного нагреваемого потока воздуха в осесимметричном канале при  $\text{Re} = (0,1 \div 3) \cdot 10^5$  и  $T_c/T_{cp} = 1 \div 2,1$  привела к выражению для показателя степени в (24)

$$b = 1,2\sqrt{\xi}. \quad (25)$$

Уравнение (24), где  $b$  находится по (25), описывает опытные данные [18] с погрешностью 3%. Используя (24) и (25), для избыточной средней температуры в сечении потока найдем

$$t_c - t_{cp} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} (t_c - t_{\delta}) \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1,2\sqrt{\xi}} dy = \frac{(t_c - t_{\delta})}{(1,2\sqrt{\xi} + 1)}. \quad (26)$$

Из (24) следует

$$t_c - t_n = (t_c - t_{\delta}) \left(\frac{\delta_n}{\delta}\right)^{1,2\sqrt{\xi}}, \quad (27)$$

что с учетом (26) дает

$$t_c - t_n = (t_c - t_{cp}) (1 + 1,2\sqrt{\xi}) \left(\frac{\delta_n}{\delta}\right)^{1,2\sqrt{\xi}}. \quad (28)$$

Учитывая, что эквивалентный диаметр щелевого канала  $d_s = 2a = 4\delta$ , а коэффициент теплоотдачи по определению

$$\alpha = \frac{q_c}{(t_c - t_{cp})}, \quad (29)$$

при совместном рассмотрении уравнений (22), (23), (28) и (10), где  $\xi = \xi_0 \cdot \varepsilon_{\xi}$  и коэффициент сопротивления  $\xi_0$  определен уравнением (8), для числа Нуссельта получим

$$\text{Nu} = \frac{\alpha d_s}{\lambda_{cp}} = \left(4 + 2 \text{Re}^{-0,1} \sqrt{\varepsilon_{\xi}}\right) \left(\frac{0,038}{C} \text{Re}^{0,9} \text{Pr}^n \sqrt{\varepsilon_{\xi}}\right)^p \varepsilon_t, \quad (30)$$

где число Рейнольдса  $\text{Re} = \frac{w_{cp} d_s}{\nu_{cp}}$ ;  $\varepsilon_t$  – параметр, учитывающий влияние на теплообмен переменности физических свойств теплоносителя,

$$\varepsilon_t = \frac{\lambda_c}{\lambda_{cp}} \left(\frac{\nu_{cp}}{\nu_c} \sqrt{\frac{\rho_{cp}}{\rho_c}}\right)^p; \quad (31)$$

показатель степени

$$p = 1 - 0,5 \text{Re} - 0,1 \sqrt{\varepsilon_{\xi}}. \quad (32)$$

Результаты расчетов по (30) при постоянных свойствах теплоносителя ( $\varepsilon_t = \varepsilon_{\xi} = 1$ ) хорошо согласуются с экспериментальными данными по теплообмену в каналах, приведенными в [7, 19] и других литературных источниках, если  $C = 12,7$  и  $n = 0,35 + 0,058 \lg \text{Re}$ .

На рис. 3 приведено сравнение формулы (30), где учтены полученные выражения для  $C$  и  $n$ , с формулами (3) и (4). Видно, что при  $\text{Pr} = 0,7$  формулы (30), (3) и (4) дают одинаковый результат в широком диапазоне чисел Рейнольдса от  $5 \cdot 10^3$  до  $10^7$ . Согласие зависимостей (30) и (3) наблюдается до  $\text{Pr} \approx 40$ . При  $\text{Pr} > 40$  расчет по (30) дает большее значение  $\text{Nu}$  по сравнению с (3). Различие увеличивается с ростом  $\text{Re}$ . Например, при  $\text{Pr} = 50$  и  $\text{Re} = 5 \cdot 10^5$  расхождение чисел  $\text{Nu}$  по (30) и по (3) достигает 13%. Формула (4) при высоких числах  $\text{Pr}$  дает заниженное значение  $\text{Nu}$ , и ее не рекомендовано [19] использовать в области  $\text{Pr} > 5$ .

Для газовых теплоносителей соотношение (31) можно привести к виду (5), где

$$k = m_{\lambda} - p(m_{\mu} + 0,5); \quad (33)$$

$m_{\lambda}$ ,  $m_{\mu}$  и  $0,5$  – показатели степени в температурных зависимостях (7) для коэффициента теплопроводности, динамического коэффициента вязкости и плотности теплоносителя соответственно.

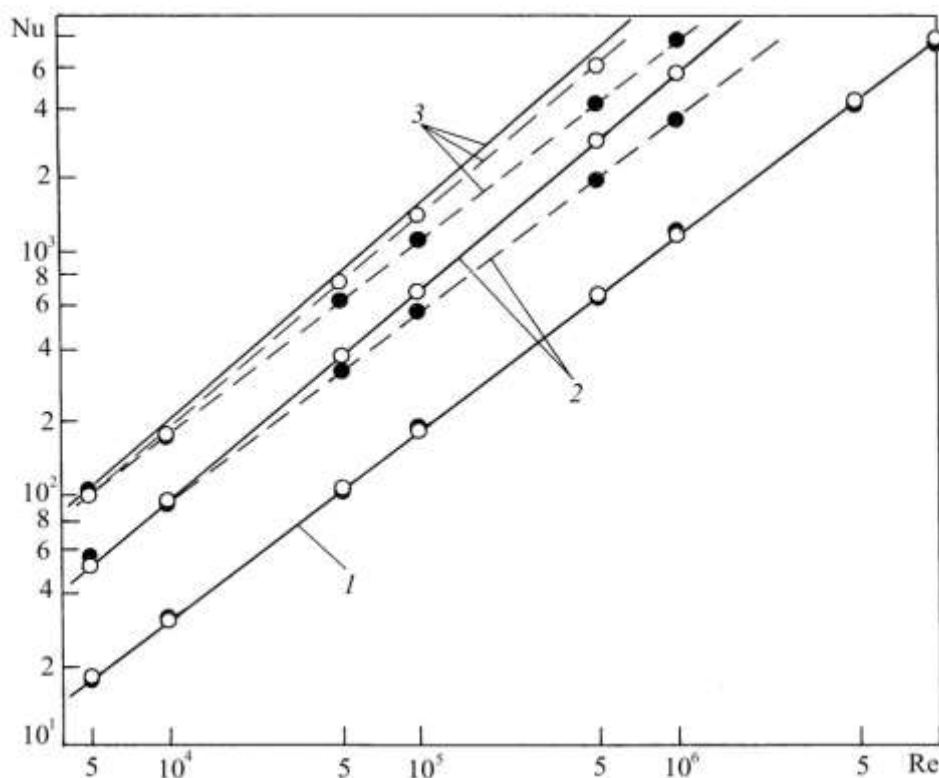


Рис. 3. Зависимость  $Nu$  от  $Re$  при течении в канале потока с постоянными свойствами: сплошные линии – расчет по (30); штриховые – по (4) (светлые кружки) и по (3) (зачерненные кружки); 1 –  $Pr = 0,7$ ; 2 – 10; 3 – 50

Тогда с учетом значения  $C = 12,7$  формула (30) запишется в виде

$$Nu = \left(4 + 2Re^{-0,1} \sqrt{\varepsilon_{\xi}}\right) \left(0,038 Re^{0,9} Pr^n \sqrt{\varepsilon_{\xi}}\right)^p \left(\frac{T_c}{T_{cp}}\right)^k. \quad (34)$$

Используя (34), оценим влияние параметра-поправки  $\varepsilon_{\xi}$  на отношение  $Nu/Nu_0$  при  $(T_c/T_{cp})^k = \text{const}$ . Расчетом по (34) определялись числа  $Nu$  и  $Nu_0$ , причем  $Nu_0$  соответствовало  $\varepsilon_{\xi} = 1$ . Результаты расчетов, представленные в виде зависимости  $Nu/Nu_0 = f(\varepsilon_{\xi})$ , приведены на рис. 4. Видно, что влияние  $\varepsilon_{\xi}$  на  $Nu/Nu_0$  невелико, и оно уменьшается с ростом  $Re$ . Расчеты показывают, что неточности определения  $\varepsilon_{\xi}$  в практически важной области изменения  $T_c/T_{cp}$  слабо влияют на результаты расчета теплообмена по (34).

На рис. 5 приведены расчетные зависимости  $Nu/Nu_0 = f(T_c/T_{cp})$ , полученные с использованием формул (34) и (6) при разных числах  $Re$ . В (6) принималось  $m = -0,5$  при нагреве и  $m = 0$  при охлаждении потока газа. Величина  $Nu_0$  здесь определена по (34) при  $T_c/T_{cp} = 1$ . Для сравнения на рис. 5 представлены данные других авторов. Видно, что для условий нагрева потока  $(T_c/T_{cp}) > 1$  расчет хорошо согласуется с теоретическими данными [6, 11] и с опытными данными [9]. При  $T_c/T_{cp} < 1$  расчетные значения  $Nu/Nu_0$  имеют меньшую величину, чем это следует из теории [6, 11], но хорошо согласуются с экспериментальными данными [9].

Результаты наших расчетов находятся в согласии также с данными [20], где на основании теоретического анализа и обобщения результатов большого количества экспериментов для воздуха получено  $k = -0,575$  при  $T_c/T_{cp} > 1$  и  $k = -0,15$  при  $T_c/T_{cp} < 1$ .

На рис. 6 показано влияние числа  $Re$  потока воздуха на  $Nu/Nu_0$  по зависимости (34). Видно, что оно более сильное при охлаждении потока  $(T_c/T_{cp} < 1)$ , чем при его нагреве  $(T_c/T_{cp} > 1)$ . Можно видеть, что характер этого влияния при нагреве и охлаждении различен. При  $T_c/T_{cp} < 1$  функция  $Nu/Nu_0 = f(Re)$  убывающая, а при  $T_c/T_{cp} > 1$ , наоборот, возрастающая. Для  $T_c/T_{cp} = 0,2$ , например, при  $Re = 10^8$  отличие  $Nu/Nu_0$  от единицы составляет всего 9%, а при  $Re = 10^9$  это отличие практически исчезает.

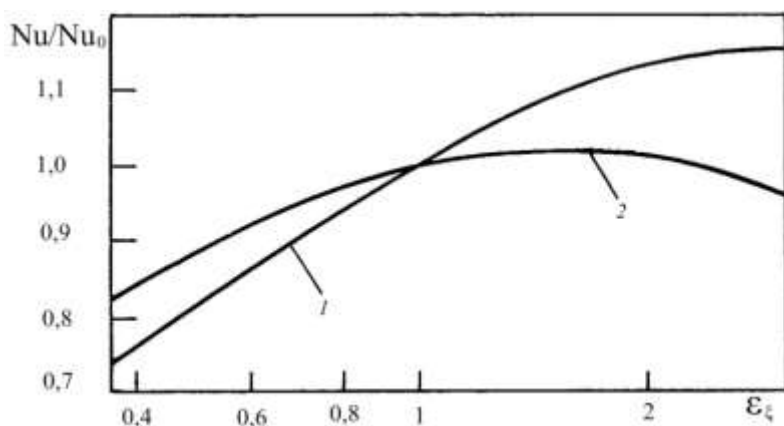


Рис. 4. Зависимость  $Nu/Nu_0$  от  $\varepsilon_\xi$ : воздух;  $\varepsilon_t = 1$ ; 1 –  $Re = 5 \cdot 10^3$ ; 2 –  $10^5$

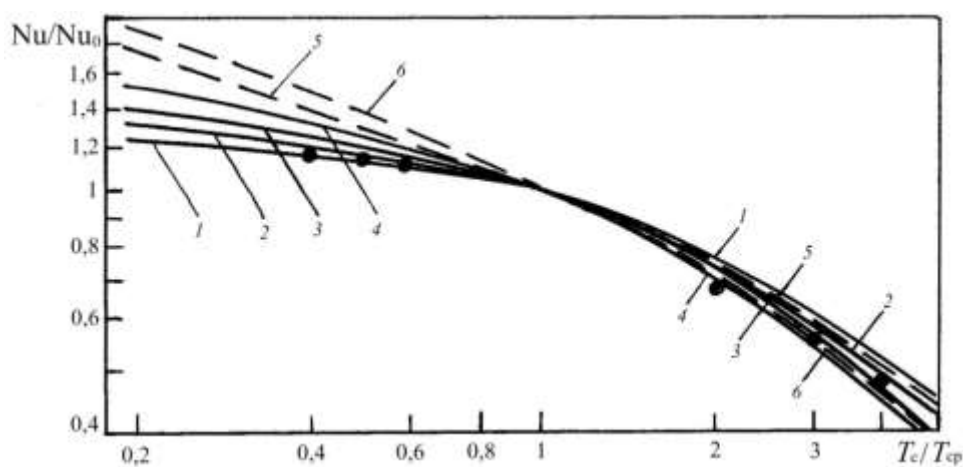


Рис. 5. Зависимость  $Nu/Nu_0$  от  $T_c/T_{cp}$ : воздух; сплошные линии – расчет по (34); 1 –  $Re = 10^6$ ; 2 –  $10^5$ ; 3 –  $10^4$ ; 4 –  $5 \cdot 10^3$ ; штриховые линии – теоретический расчет Петухова и Попова [11] (линия 5) и Кутателадзе и Леонтьева [6] (линия 6); точки – по опытным данным Иващенко [9]

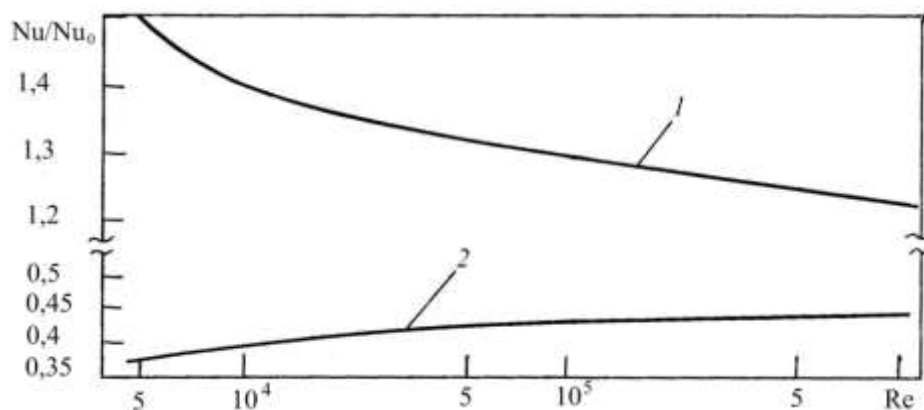


Рис. 6. Зависимость  $Nu/Nu_0$  от  $Re$ : воздух; 1 –  $T_c/T_{cp} = 0,2$ ; 2 – 5

Расчеты по полученным зависимостям для различных по своим свойствам газов показали, что имеется определенная корреляционная связь  $Nu/Nu_0$  с числом атомов  $N$  в молекуле газа, отличающаяся по своему характеру для условий нагрева и охлаждения потока.

Приведенные на рис. 7 зависимости  $Nu/Nu_0 = f(N)$  показывают, что увеличение атомности газов до примерно  $N = 8$  приводит к росту  $Nu/Nu_0$  в условиях нагрева потока и, наоборот, к снижению  $Nu/Nu_0$  при охлаждении потока. При  $N \geq 8$  функция  $Nu/Nu_0 = f(N)$  становится автомодельной по отношению к  $N$ . Из рис. 7 видно, что для двух- и трехатомных газов в условиях охлаждения потока (при  $T_c/T_{cp} < 1$ ) отношение  $Nu/Nu_0$  близко к единице. Данный результат согласуется с рядом опытных работ и, в частности, с [16]. При нагреве потока ( $T_c/T_{cp} > 1$ ) условию  $Nu/Nu_0 \approx 1$  соответствует область  $N = 4 \div 6$ .

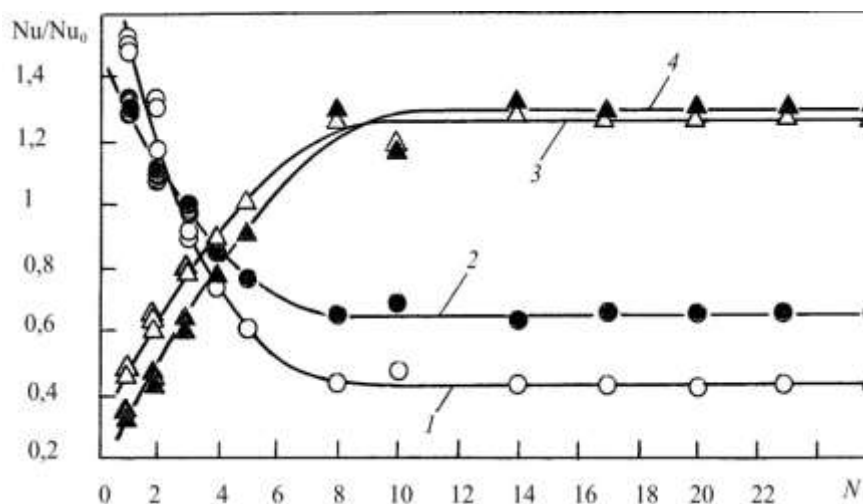


Рис. 7. Зависимость  $Nu/Nu_0$  от числа атомов  $N$  в молекуле газа:  $Re = 10^5$ ;  $Pr = 0,6 \div 0,9$  (среднее значение 0,7); 1 –  $T_c/T_{cp} = 0,2$ ; 2 – 0,4; 3 – 3; 4 – 5; точки получены расчетом по (34) для газов – He, Ne, воздух,  $N_2$ , CO,  $H_2O$ ,  $SO_2$ ,  $NH_3$ ,  $CH_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $C_3H_6O$ ,  $C_4H_{10}$ ,  $C_5H_{12}$ ,  $C_6H_{14}$ ,  $C_7H_{16}$ ,  $C_8H_{18}$

Таким образом, на основании простых представлений о структуре турбулентного потока в каналах и универсальных соотношений для пограничного слоя получены уравнение (19) для коэффициента гидравлического сопротивления  $\xi$  и уравнение теплообмена (34). Полученные уравнения справедливы в широких интервалах изменения числа  $Re$  и содержат структурные параметры  $\varepsilon_\xi$  и  $\varepsilon_t$ , позволяющие эффективно учитывать влияние на  $\xi$  и  $Nu$  переменности индивидуальных физических свойств газов.

В рамках рассмотренного метода расчета установлено, что влияние переменности физических свойств на характеристики переноса определяется не только температурным фактором, но и атомностью газа и числом  $Re$  потока. Неучет данного обстоятельства может являться одной из причин расхождения имеющихся в литературе данных по этому вопросу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы: пер. с англ. М.: Мир, 1987. 592 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
3. Справочник по теплогидравлическим расчетам в ядерной энергетике. Т. 1. Теплогидравлические процессы в ЯЭУ / П.Л. Кириллов, В.П. Бобков, А.В. Жуков, Ю.С. Юрьев. М.: ИздАт, 2010. 776 с.
4. Кутателадзе С.С. Теплоперенос и гидродинамическое сопротивление: справ. пособие. М.: Энергоатомиздат, 1990. 367 с.
5. Ягов В.В. Теплообмен в однофазных средах и при фазовых превращениях. М.: Изд. дом МЭИ, 2014. 542 с.
6. Исаев С.И. Теория теплообмена / под ред. А.И. Леонтьева. М.: Высш. шк., 1979. 495 с.
7. Справочник по теплообменникам: в 2 т. / пер. с англ. под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. М.: Энергоатомиздат, 1987. Т. 1. 756 с.



8. Гладунцов А.И., Курганов В.А., Петухов Б.С. Влияние переменных физических свойств многоатомного газа на теплоотдачу при ламинарном и турбулентном течении в трубах // Теплообмен и физическая гидродинамика. М.: Наука, 1974. С. 34-65.
9. Иващенко Н.И. Влияние температурного фактора на теплоотдачу при турбулентном течении газа в трубах // Теплоэнергетика. 1958. № 2. С. 72-75.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 742 с.
11. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалев, С.Л. Соловьев. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 548 с.
12. Ильин Л.Н. Влияние температурных условий на теплоотдачу и сопротивление при течении воздуха в трубах // Котлотурбостроение. 1951. № 1. С. 3-7.
13. Ляхов В.К., Кугай В.И. Экспериментальное исследование температурного фактора на теплообмен и гидравлическое сопротивление при турбулентном движении воздуха в области автомодельного режима шероховатых труб // Тепло- и массоперенос – 1. М.: Энергия, 1968. С. 534-538.
14. Лельчук В.Л., Дядякин Б.В. Экспериментальное определение гидравлического сопротивления при турбулентном течении воздуха в обогреваемой трубе // Теплообмен при высоких тепловых нагрузках и других специальных условиях. М. – Л.: Госэнергоиздат, 1959. С. 91-100.
15. Petukhov V.S. Heat transfer and friction in turbulent pipe flow with variable physical properties // Advances in heat transfer. Academic Press, N.Y., 1970. Vol. 6. P. 503-564.
16. Экспериментальное исследование местной теплоотдачи и гидравлического сопротивления при охлаждении газа в трубе / Н.И. Артамонов, Ю.И. Данилов, Г.А. Дрейцер, Э.К. Калинин // ТВТ. 1970. Т. 8. № 6. С. 1228-1234.
17. Амбразевичюс А.Б., Стасюкайтис В.Ю. Теплообмен и трение при течении высокотемпературных газов в каналах с охлаждаемыми стенками // Процессы переноса в высокотемпературных и химически реагирующих потоках. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1982. С. 109-121.
18. Кулешов В.А., Поляков А.Ф. Распределение скорости и температуры при турбулентном, стабилизированном течении воздуха с переменными свойствами // Вопросы конвективного и радиационно-кондуктивного теплообмена. М.: Наука, 1980. С. 42-66.
19. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалев, С.Л. Соловьев. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 548 с.
20. Кэйс В.М., Лондон А.Л. Компактные теплообменники. М. – Л.: Госэнергоиздат, 1962. 160 с.

**Печенегов Юрий Яковлевич** –  
 доктор технических наук, профессор кафедры  
 «Машины и аппараты нефтегазовых,  
 химических и пищевых производств»  
 Энгельсского технологического института  
 Саратовского государственного технического  
 университета имени Гагарина Ю.А.

**Yuri Ya. Pechenegov** –  
 Dr. Sc., Professor,  
 Department of Machines and Apparatus  
 of Chemical Technologies, Engels  
 Technological Institute  
 Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

*Статья поступила в редакцию 15.12.15, принята к опубликованию 10.06.16*

УДК 621.365.5

**Л.Э. Рогинская, Ю.В. Рахманова, К.А. Воронин**

### **ИСТОЧНИК ПИТАНИЯ ЕМКОСТНОГО НАКОПИТЕЛЯ ЭНЕРГИИ**

*Выбрана наиболее рациональная схема источника питания емкостного накопителя энергии на основе последовательного мостового инвертора с индуктивно-емкостным преобразователем. Применение такого преобразователя позволит не только увеличить выходное напряжение, но и уменьшить время заряда накопительного конденсатора.*

Транзисторный инвертор, индуктивно-емкостной преобразователь, накопительный конденсатор

L.E. Roginskaya, Yu.V. Rakhmanova, K.A. Voronin

## POWER SUPPLIES FOR CAPACITORS

*A most rational scheme of power supplies for capacitors was chosen on the basis of the consecutive bridge inverter with the induction-capacitor converter. Using this type of converter allows to increase the output voltage and reduce the reservoir capacitor charge time.*

Consecutive bridge inverter, induction-capacitor converter, reservoir capacitor

Выбор наиболее рациональной схемы резонансных трансформаторно-полупроводниковых комплексов является важным звеном проектирования установок для электротехнологии. Наибольший интерес в области источников питания емкостных накопителей энергии (ЕНЭ) представляют высоко-частотные преобразователи с повышенным коэффициентом усиления по напряжению. Мощность исследуемых резонансных трансформаторно-полупроводниковых комплексов повышенной частоты относительно невелика (12-16 кВт), поэтому для получения максимального выходного напряжения и минимального времени заряда рационально использовать систему с предварительным повышением напряжения в звене постоянного тока. Такая система осуществляется использованием в схеме индуктивно-емкостного преобразователя.

В процессе исследования трансформаторно-полупроводниковых источников питания повышенной частоты возникла задача учета влияния дополнительных параметров индуктивного модуля – трансформатора на работу всего устройства. Такого рода модули имеют ряд отличительных особенностей, обусловленных характером их работы. Величина нагрузки резонансных систем изменяется в широких пределах, практически от короткого замыкания до холостого хода. Поэтому работа зарядного устройства и комплекса для индукционного нагрева требует учета потерь в высоковольтном модуле. Также необходим учет паразитных параметров, влияние которых на работу всего устройства увеличивается с ростом частоты.

Исследование установок для электротехнологии проводилось в пакете схемотехнического моделирования *OrCad 9.2* [1-3]. Система проектирования позволяет решать стандартные задачи проектирования, для каждой из которых предлагает набор программных модулей, функциональные возможности и цена которых отвечают требованиям и возможностям широкого круга пользователей.

Этот пакет содержит оригинальную модель трансформатора, выполненную на базе магнитного сердечника, предложенного Джилсом и Атертоном. Она основана на представлениях о движении доменных границ магнитных материалов. С ее помощью удастся отразить все основные характеристики гистерезиса, такие как кривая начальной намагниченности, намагниченность насыщения, коэрцитивная сила и остаточная намагниченность.

Модель обладает следующими важными недостатками:

- во-первых, она не учитывает частотные свойства сердечников и поэтому приемлема только на низких частотах;
- во-вторых, модель обладает низкой точностью расчета потерь в сердечнике при амплитудах индукции меньше индукции насыщения.

Еще одним важным недостатком модели является отсутствие в отечественной литературе необходимых для моделирования данных магнитных сердечников, таких как: постоянная упругого смещения доменных границ; постоянная подвижности доменов; параметр формы безгистерезисной кривой намагничивания.

Таким образом, существующая модель сердечника в обычном виде непригодна для исследования.

Следующей задачей является выбор наиболее оптимальной схемы источника питания емкостного накопителя энергии с учетом реальных параметров трансформатора и возможностью получения максимального выходного напряжения при минимальном времени заряда.

После изучения ряда работ по этой теме [4-6] предложена уточненная модель высоковольтного высокочастотного трансформатора, позволяющая учесть дополнительные электромагнитные параметры и рассчитать потери в сердечнике [7]. Поэтому расчет согласующего трансформатора производится при помощи специально созданной программы на Delphi 7 – «Индуктивный модуль с учетом реальных магнитных и электрических параметров» [8].

Далее на основе такой модели была проведена оптимизация схем источников питания на основе математического моделирования. Были проведены исследование и моделирование однофазного, двухфазного, мостового преобразователя и мостового с индуктивно-емкостным преобразователем (ИЕП). Наиболее рациональной схемой оказалась схема с ИЕП.

Предположения, принимаемые при анализе зарядных устройств емкостных накопителей энергии:

1. Возмущения и помехи могут вызвать изменения функционирования зарядного устройства (ЗУ), которые приводят к необратимому выходу системы из строя (пробой силовых вентилялей, силовых конденсаторов, изоляции силовых трансформаторов, дросселей, потеря сердечниками магнитных свойств, выход из строя систем управления и т. д.). Такие случаи при моделировании не рассматриваются.

2. Процессы заряда накопительной емкости и ее импульсного разряда рассматриваются как полностью независимые, поскольку время заряда существенно превосходит время разряда этой емкости.

3. Для уменьшения времени моделирования работа ЗУ рассматривается при емкости ЕНЭ, меньшей, чем величина коммутирующей емкости.

4. Оценка времени заряда  $t_2$  емкости  $C_{н2}$  (емкости накопителя) по времени заряда  $t_1$  емкости  $C_{н1}$  (емкость накопителя при моделировании) при условии постоянной мощности заряда осуществляется следующим образом. Энергии, запасенные в емкостях  $C_{н1}$  и  $C_{н2}$ , при одинаковом напряжении заряда  $U$  равны, соответственно  $C_{н1} \cdot U^2/2$  и  $C_{н2} \cdot U^2/2$ , а мощности заряда –  $C_{н1} \cdot U^2/2 \cdot t_1$  и  $C_{н2} \cdot U^2/2 \cdot t_2$ . Отсюда  $t_2 = C_{н2} \cdot t_1 / C_{н1}$ . При рассмотрении окончательных вариантов схем ЗУ моделирование производится при максимальной величине емкости ЕНЭ.

5. Поскольку ЗУ, выполненные по различным схемам, реализуются из однотипных элементов с применением одинаковых конструкционных материалов, в первом приближении объем ЗУ считается пропорциональным массе.

#### **Исследование последовательного мостового инвертора с индуктивно-емкостным преобразователем**

На рис. 1 представлена модель последовательного мостового инвертора с индуктивно-емкостным преобразователем, где согласующий трансформатор представлен в виде эквивалентной схемы замещения [9]. Параметры транзисторного моста такие же, как и в предыдущей схеме.

Модель питается от источника напряжения  $V_6$  номиналом 20 В. В диагональ транзисторного моста включен индуктивно-емкостной преобразователь (ИЕП) состоящий из активных сопротивлений  $R_3, R_4$  по 0,1 Ом, индуктивностей  $L_3$  и  $L_4$  значением 27 мкГн и двух конденсаторов  $C_3$  и  $C_4$  емкостью 0,25 мкФ. Трансформатор представлен индуктивностями  $L_1$  и  $L_2$  по 77 и 3850 витков соответственно и активными сопротивлениями  $R_1$  равным 0,1 Ом и  $R_2$  250 Ом. Магнитопровод трансформатора представлен элементом библиотеки  $K_1$ . Создание такого магнитопровода в среде *OrCad 9,2* описывалось в главе 2. Коэффициент связи индуктивностей  $L_3, L_4$  и обмоток  $L_1, L_2$  равен 0,8. Следует отметить, что изменение коэффициента связи в пределах 0,8...1,0 практически не меняет характера электромагнитных процессов, лишь несколько увеличивая величину выходного напряжения. Ко вторичной обмотке трансформатора подключена модель однофазного выпрямительного моста из диодов на основе ключа *SBreak*  $S_1...S_4$ . В диагональ выпрямительного моста включен конденсатор  $C_1$  емкостью 0,001 мкФ.

На рис. 2 представлена схема модели мостового транзисторного преобразователя с ИЕП, но трансформатор заменен собственной моделью со следующими параметрами: число витков первичной обмотки  $W_1 = 77$ , сопротивление  $R_1 = 0,1$  Ом, число витков вторичной обмотки  $W_2 = 3850$ , сопротивление  $R_2 = 250$  Ом, длина средней линии магнитопровода 24,4 см, площадь сечения 16,23 см<sup>2</sup>.

В процессе моделирования двух рассмотренных схем и их сравнения получены следующие характеристики и результаты (рис. 4-6).

Импульсы управления транзисторами такие же, как и для предыдущей схемы.

По зависимостям на рис. 4-5 видно, что максимальное напряжение на транзисторах не превышает 23 В, в то время как амплитуда напряжения на диагонали, то есть на первичной обмотке высоковольтного трансформатора, равна 4 кВ – в 200 раз превышает напряжение питания.

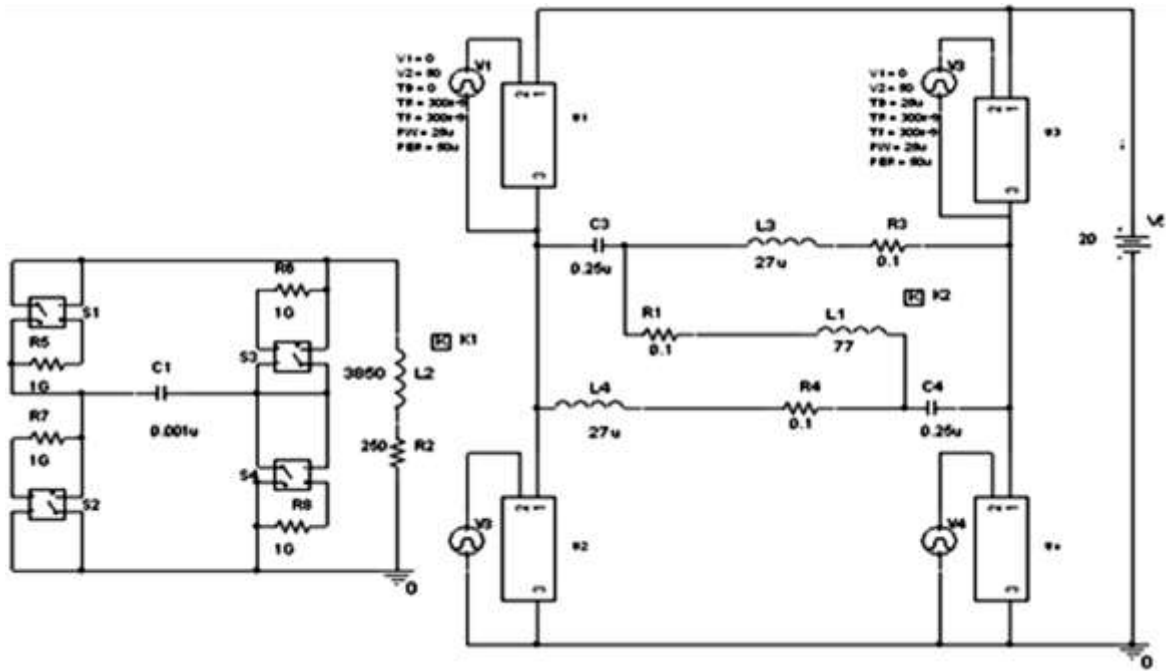


Рис. 1. Модель инвертора с индуктивно-емкостным преобразователем

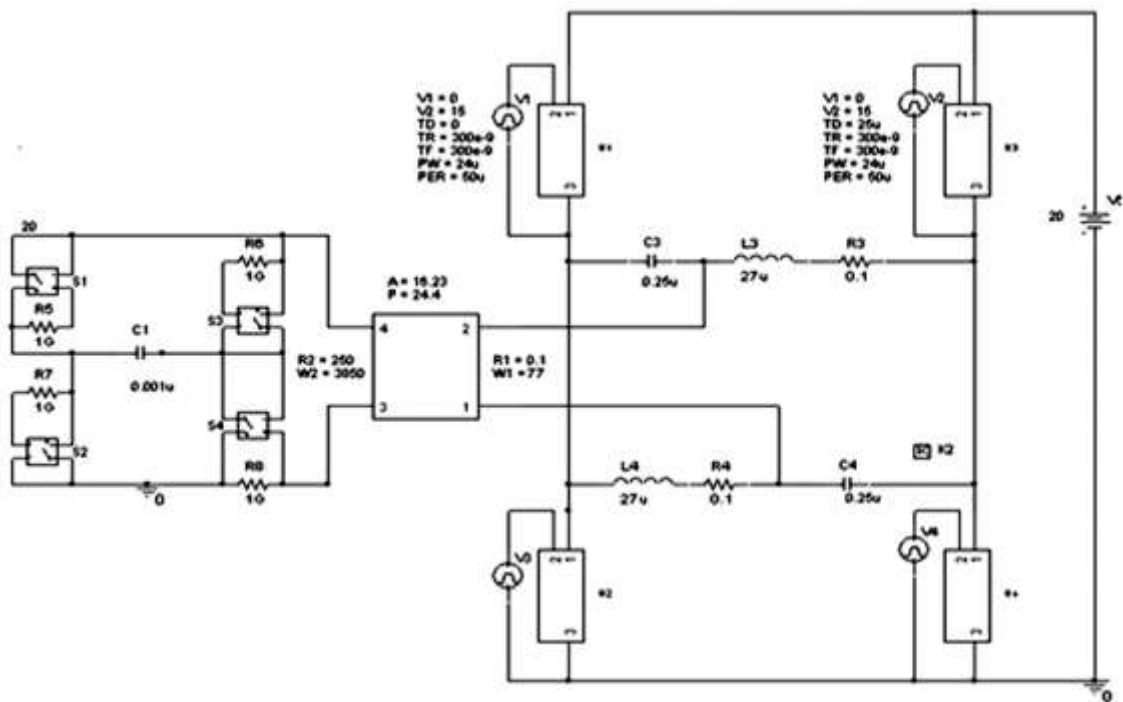


Рис. 2. Модель с индуктивно-емкостным преобразователем и оригинальной моделью трансформатора

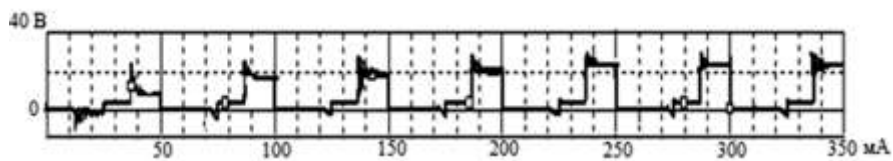
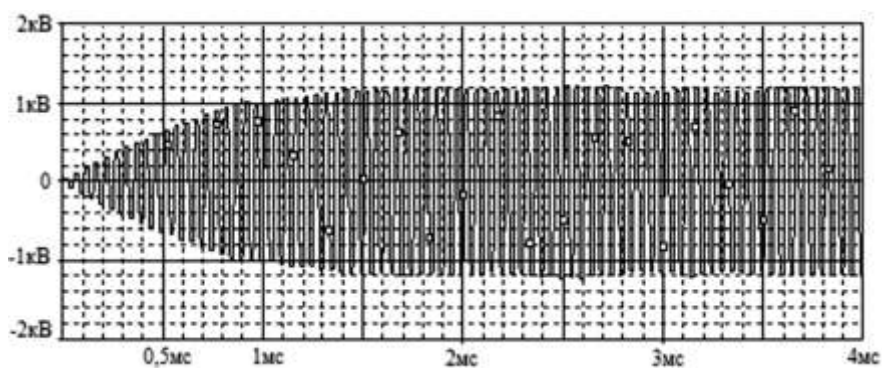
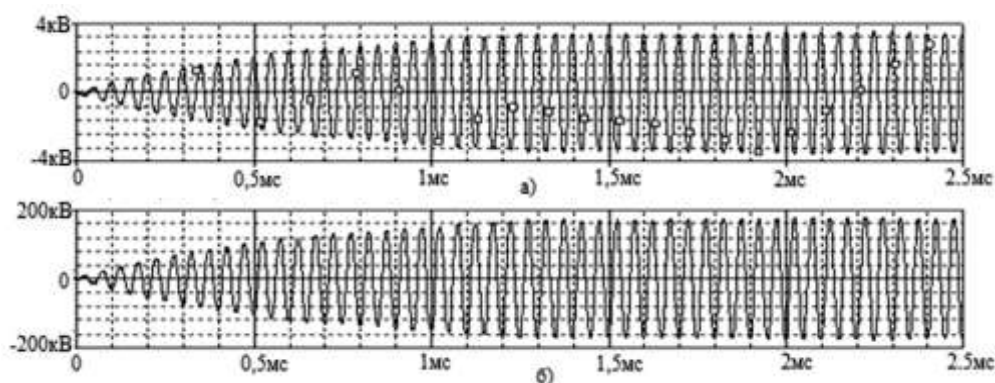


Рис. 3. Напряжение на транзисторе  $U_1$

Рис. 4. Напряжение на коммутирующем конденсаторе  $C_3$ Рис. 5. Напряжение на:  
а – первичной обмотке трансформатора; б – вторичной обмотке трансформатора

Это объясняется тем, что напряжение транзисторов близко к арифметической разности напряжений  $u_{L1}$ ,  $u_{L2}$  и  $u_{C1}$ ,  $u_{C2}$ , а напряжение диагонали – к арифметической сумме. При этом форма напряжения на этих элементах близка к синусоидальной. Как видно из рис. 4, конденсатор  $C_3$  заряжается до максимального значения за 4,02 мс. Напряжения на первичной и вторичной обмотках трансформатора (рис. 5) для первой и второй схемы (рис. 1 и 2) имеют синусоидальную форму, по амплитуде напряжения различаются менее чем на 0,5%, а также в первом и во втором случаях соблюдается коэффициент трансформации, равный 50. Напряжение на ЕНЭ ( $C_1$ ) изменяется по закону, близкому к экспоненциальному, а ток в конденсаторе  $C_3$  имеет импульсную форму, то есть чередуются состояния открытого положения ( $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ ,  $S_4$ ) и полностью закрытого положения инверторного моста.

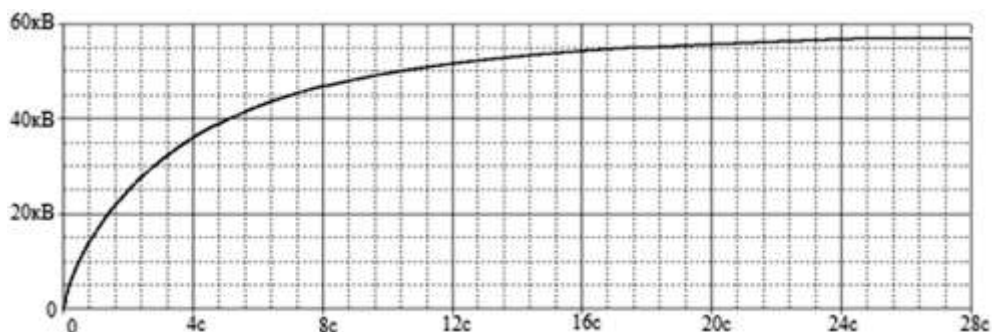


Рис. 6. Напряжение на емкостном накопителе энергии

Из рис. 6 можно определить, что конденсатор  $C_1$  заряжается за 21,6 с до напряжения 57,3 кВ. Близость формы напряжений и токов в элементах инвертора достигается тем, что собственные частоты

ты сложного колебательного контура при закрытых ключах несколько больше частоты коммутации, а при наличии тока заряда – несколько меньше.

Действительно, при закрытых ключах (пренебрегая паразитными сопротивлениями), имеем

$$-I_1(p) \left( \frac{1}{p C_1} + p L_3 \right) + p I_2(p) (2L_1 + L_3) = 0, \quad (1)$$

$$I(p) \frac{1}{p C_1} + 2L_1 p I_2(p) = U_1(p).$$

Характеристическое уравнение системы уравнений (1) имеет вид ( $k_{ce} = 1$ )

$$2p^2 L_1 L_3 C_1 + 4L_1 + L_3 = 0.$$

Для выбранных параметров

$$\omega_1^2 = \frac{4L_1 + L_3}{2L_1 L_3 C_1}$$

Характеристическое уравнение для выключенного ЕНЭ запишется как

$$2p^2 L_1 L_3 (2C_3 + C_1) + (4L_1 + L_3) = 0;$$

$$p^2 = -\frac{4L_1 + L_3}{2L_1 L_3 (2C_3 + C_1)};$$

$$\omega_2^2 = -\frac{4L_1 + L_3}{2L_1 L_3 (2C_3 + C_1)}.$$

Частота возбуждения  $\omega_e = 2 \pi f = 125600 \text{ с}^{-1}$ . Как видно из кривых (рис. 4-7), общий коэффициент усиления по напряжению равен 2900.

Полученные в результате моделирования данные можно свести в таблицу.

Параметры схем при оптимизации по максимальному выходному напряжению и времени заряда емкостного накопителя

Схема	Параметры	$U_3$ , кВ	$t_3$ , мс	$U_B$ , max, В	$I_B$ , max, А	Е, Дж	$t_3^*$ , с
МС	$L_k=38$ мкГн $C_k=1$ мкФ	48	2,3	1200	70	1,152	43
МСИЕП	$L_k=27$ мкГн $C_k=0,25$ мкФ	57,3	1,08	23	185	1,64	21,6
ОПН	$L_k=59$ мкГн $C_k=0,38$ мкФ $L_{вх}=5$ мкГн	37,11	10	250	139	0,7	200
ДПН	$L_k=190$ мкГн $C_k=0,22$ мкФ	53	9,4	1200	163	1,40	188

Согласно данным таблицы, можно сделать вывод, что схема преобразователя напряжения с ИЕП является наиболее приемлемой при оптимизации по максимальному выходному напряжению и по времени заряда. Время заряда ЕНЭ в схемах однотактного и двухтактного преобразователей на порядок выше аналогичного значения в мостовой схеме и схеме с ИЕП, хотя по величине напряжения на ЕНЭ двухтактная схема мало уступает мостовой схеме с ИЕП.

При одинаковом источнике питания и полупроводниковых приборах напряжение на ЕНЭ в 1,2 раза больше напряжения на конденсаторе обычной мостовой схемы, а время, затраченное на заряд емкости, в 2 раза меньше. Напряжение на транзисторе в схеме с ИЕП почти в 50 раз меньше, чем на аналогичных приборах в мостовой и двухтактной схеме. По времени заряда коммутирующего конденсатора и величине тока на транзисторе лучшей является схема мостового полупроводникового преобразователя. Таким образом, при двухкритериальной оптимизации по максимальному выходно-

му напряжению и времени заряда емкостного накопителя значительными преимуществами обладает мостовая схема с индуктивно-емкостным преобразователем. При исследовании схем коэффициент усиления по напряжению составил порядка  $10^4$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хайнеман Р. PSpice. Моделирование работы электронных схем: пер. с нем. М.: ДМК Пресс, 2002. 336 с.
2. Болотовский Ю.И., Таназлы Г.И. Опыт моделирования систем силовой электроники в среде OrCad 9.2. Ч. 3 // Силовая электроника. 2005. № 2. С. 90-98.
3. Болотовский Ю.И., Таназлы Г.И. Опыт моделирования систем силовой электроники в среде OrCad 9.2. Ч. 5 // Силовая электроника. 2006. № 1. С. 88-92.
4. К аппроксимации кривой намагничивания / Р.И. Мустафаев, М.А. Набиев, З.А. Гулиев, Н.М. Гаджибалаев // Электричество. 2004. № 5. С. 47-49.
5. Недолужко И., Каюков Д. Модификация PSpice – модели магнитного сердечника // Силовая электроника. 2005. № 1. С. 116-119.
6. Айчхорн Т. Определение потерь мощности в импульсных источниках электропитания // Компоненты и технологии. 2005. № 1. С. 148-151.
7. Рахманова Ю.В. Модель согласующего высокочастотного трансформатора с учетом реальных магнитных и электрических параметров // Электромеханика, электротехнические комплексы и системы: межвуз. науч. сб. Уфа, 2006. С. 259-264.
8. Пат. 2005612797 РФ. Индуктивный модуль с учетом реальных магнитных и электрических параметров: программы / Л.Э. Рогинская, Ю.В. Рахманова. опубл. 10.01.06.
9. Пат. 2216090 РФ. Автономный инвертор со стабилизированным выходным напряжением / Л.Э. Рогинская, Ю.В. Шуткова (Рахманова), М.С. Фетисова; опубл. 10.11.03. Бюл. № 31.

**Рогинская Любовь Эммануиловна** –  
доктор технических наук, профессор кафедры  
«Электромеханика» Уфимского государственного  
авиационного университета

**Lyubov E. Roginskaya** –  
Dr. Sc., Professor  
Department of Electromechanics,  
State Aviation University of Ufa

**Рахманова Юлия Владиславовна** –  
кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Электромеханика» Уфимского государственного  
авиационного университета

**Yulia V. Rakhmanova** –  
Ph. D., Associate Professor,  
Department of Electromechanics,  
State Aviation University of Ufa

**Воронин Кирилл Алексеевич** –  
магистрант кафедры «Электромеханика»  
Уфимского государственного  
авиационного университета

**Kirill A. Voronin** –  
Master Student,  
Department of Electromechanics,  
State Aviation University of Ufa

*Статья поступила в редакцию 15.02.16, принята к опубликованию 15.06.16*

## К 70-ЛЕТИЮ ПРОФЕССОРА Б.К. СИВЯКОВА



25 июня 2016 года Борису Константиновичу Сивякову, профессору, доктору технических наук, Почетному работнику ВПО РФ исполняется 70 лет. В связи с этим хочется рассказать о его инженерной, научной и педагогической деятельности.

Он родился в г. Вильнюсе, где его отец К.М. Сивяков заканчивал службу в армии после Великой Отечественной войны, которая прервала его учебу в Саратовском автодорожном институте, и в течение которой прошел боевой путь от Сталинграда.

Детские годы Сивякова Б.К. прошли в Саратове, куда семья переехала для завершения обучения отца в САДИ. Первый класс он закончил в школе № 82, со 2-го по 7-й классы обучался в Духовницкой средней школе, так как его отец был направлен на восстановление сельского хозяйства. В 1961 г. семья вернулась в Саратов, и с 8-го по 11-й класс он учился в школе № 7. После окончания школы с серебряной медалью в 1964 году поступил в Саратовский политехнический институт на факультет электронной техники, который незадолго до этого был открыт в СПИ. Этот факультет был открыт, поскольку страна остро нуждалась в инженерных кадрах в области радиоэлектроники. Сивяков Б.К. с юных лет мечтал стать инженером, как его родители (отец – кандидат технических наук, доцент кафедры ТММ СПИ, мать – также выпускница САДИ). Кроме того, на него огромное впечатление произвела книга А. Бека «Жизнь Бережкова», в которой увлекательно рассказывалось о судьбе молодого



инженера-конструктора авиационных двигателей и ярко передавалась атмосфера творческого коллектива создателей этой техники. Прототипом главного героя послужил крупнейший конструктор авиационных двигателей А.А. Микулин.

После окончания с отличием института в 1969 г. по специальности «Электронные приборы» по распределению работал инженером в филиале Центрального института авиационного моторостроения им. П.И. Баранова (г. Лыткарино Московской обл.), затем на Саратовском заводе электроприборов («Тантал»). В 1971 г. призван в ряды Советской Армии, был начальником ремонтной мастерской радиотехнического батальона войск ПВО страны (п. Обозерский Архангельской обл.). Окончив службу, поступил в аспирантуру при кафедре «Электроника» СПИ. После окончания аспирантуры в 1976 г. работал ассистентом, доцентом и профессором кафедры «Электронные приборы и устройства». С 1999 по 2016 гг. – заведующий кафедрой «Электротехника и электроника» СГТУ имени Гагарина Ю.А., в настоящее время – профессор этой кафедры.

Сивяков Борис Константинович является известным специалистом в области электронных приборов и устройств СВЧ диапазона. В 1982 г. он защитил кандидатскую диссертацию по теме: «Численное моделирование и исследование многочастотного взаимодействия электромагнитного поля с электронным потоком в лампе бегущей волны», а в 1995 г. – докторскую диссертацию по теме «Математическое моделирование спектральных и информационных характеристик и параметров лампы бегущей волны и клистрона». Активно сотрудничает с промышленными предприятиями, такими как АО «НПП «Алмаз», АО «Контакт» (г. Саратов), АО НПП «Исток» (г. Фрязино), ОАО «Конструкторское бюро Кунцево» (г. Москва), выполняя научные работы по их тематике. По его словам, на него большое влияние, определившее направление его научной работы и поддерживающее его в ней, оказали его научный руководитель профессор Советов Н.М., профессора Солнцев В.А., Петров Д.М., Кац А.М., крупные специалисты электронной промышленности: Лауреат Ленинской премии, к.т.н. Мякинков Ю.П., д.т.н. Победоносцев А.С., д.т.н. Кудряшов В.П., Лауреат Государственной премии СССР, к.т.н. Семенов В.К.

Сивяков Б.К. отличается разносторонностью научных интересов. Им усовершенствована нелинейная волновая теория многочастотных процессов взаимодействия электронного потока с электромагнитными полями сверхвысоких частот в приборах О-типа, на основе которой созданы численные методы анализа этих приборов в многочастотных режимах работы; предложены математические модели полевых транзисторов СВЧ-диапазона для анализа многочастотных режимов работы; предложены новые способы уменьшения нелинейных искажений многочастотных сигналов в СВЧ-приборах и конструкции СВЧ установки на кольцевых резонаторах, предложены методики прогнозирования электромагнитных полей высоковольтных линий электропередачи на больших расстояниях с целью их обнаружения маловысотными летательными аппаратами. Он является разработчиком ряда компьютерных программ, в том числе комплекса программ проектирования лампы бегущей волны и многорезонаторного пролетного клистрона в многочастотных режимах работы. Шесть из них зарегистрированы в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ. Он – автор более чем 200 научных публикаций, семи изобретений и двух патентов на полезную модель.

Большое внимание Б.К. Сивяков уделяет педагогической работе и воспитанию смены научных кадров. Он – автор шести учебных пособий. Под его руководством защищено 13 кандидатских диссертаций, пять его аспирантов стали победителями научно-инновационного конкурса У.М.Н.И.К., аспирантка Шигаева Е.М. выиграла грант Президента РФ для стажировки в Штутгартском университете (Германия), где впоследствии защитила диссертацию по предложенной им теме, аспирант Трюбер С.С. являлся победителем конкурса РАН и РАО ЕЭС в области энергетики и смежных наук «Новая генерация». Аспирант Аврясова О.С. выиграла конкурс, проводимый открытым университетом Сколково

«Моя идея для России» и поездку в Кремниевую долину (США), была удостоена стипендии Президента РФ. Он является организатором и руководителем не только олимпиад по электротехнике и теоретическим основам электротехники среди студентов СГТУ, но и городской олимпиады по электротехнике среди учащихся колледжей, проводимых ежегодно.

Б.К. Сивяков является членом трех докторских диссертационных советов СГТУ имени Гагарина Ю.А., членом организационного комитета международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (Саратов), а также членом редколлегий журналов «Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки», «Вопросы электротехнологии» и «Электрика».

Борис Константинович – не только профессионал высокого уровня в области преподавательской и научной деятельности, но и хороший организатор и руководитель. Эти качества особенно проявились, когда он возглавил кафедру «Электротехника и электроника». По его инициативе на кафедре обновлено лабораторное оборудование для проведения занятий по курсам «Теоретические основы электротехники», а также «Электротехника и электроника» для студентов неэлектрических специальностей. Для него характерно внимательное отношение к сотрудникам. С ним комфортно работать. Пожелаем ему крепкого здоровья, дальнейших творческих успехов и большого человеческого счастья!

*Коллектив кафедры «Электротехника и электроника»*

## Правила оформления и представления статей

1. Статья, направляемая в редакцию журнала «Вестник СГТУ», должна быть тщательно отредактирована и представлена в электронном виде в формате текстового редактора «MS Word 2007» (параметры страницы – А 4; поля – 2,0 см; ориентация книжная; шрифт Times New Roman, высота 12; межстрочный интервал – 1,0). Текст статьи представляют в редакцию по электронной почте [vestnik@sstu.ru](mailto:vestnik@sstu.ru).

2. Статья должна содержать краткий обзор проблемы, из которого следует постановка задачи, обосновывать актуальность темы, отражать теоретические и (или) экспериментальные результаты и содержать четкие выводы, свидетельствующие о новизне полученных результатов.

3. В начале статьи в левом верхнем углу ставится индекс УДК. Далее на первой странице данные идут в такой последовательности:

- инициалы и фамилии авторов,
- полное название статьи (шрифт жирный, буквы прописные),
- краткая (5-7 строк) аннотация (курсив),
- ключевые слова.

Далее авторы, название статьи, аннотация и ключевые слова повторяются на английском языке.

Затем идет текст самой статьи и список литературы.

Статья завершается сведениями об авторах: ф.и.о. (полностью), ученая степень, ученое звание, место работы (полностью), должность, контактные телефоны. Сведения об авторах также повторяются на английском языке.

4. Объем статьи не должен превышать 10 страниц текста, содержать не более 5 рисунков или фотографий; объем обзора – 25 страниц, 10 рисунков; объем краткого сообщения – не более 3 страниц, 2 рисунков.

Иллюстрации (рисунки, графики) должны быть расположены в тексте статьи и выполнены в одном из графических редакторов (формат tif, pcc, jpg, pcd, msp, dib, cdr, cgm, eps, wmf). Допускается также создание и представление графиков при помощи табличных процессоров Excel, Quattro Pro, MS Graph. Каждый рисунок должен иметь номер и подпись. Рисунки и фотографии должны иметь контрастное изображение.

Таблицы располагаются непосредственно в тексте статьи. Каждая таблица должна иметь номер и заголовок.

5. Формулы и буквенные обозначения величин должны быть набраны в редакторе формул **Microsoft Equation 3.0**. Каждая формула должна иметь номер.

6. Размерность всех величин, принятых в статье, должна соответствовать Международной системе единиц измерений (СИ). Не следует употреблять сокращенных слов, кроме общепринятых (т.е., и т.д., и т.п.). Допускается введение предварительно расшифрованных сокращений.

7. Список литературы должен быть оформлен по ГОСТ 7.0.5-2008 и включать: фамилию и инициалы автора, название статьи, название журнала, том, год, номер или выпуск, страницы, а для книг – фамилии и инициалы авторов, точное название книги, место издания (город), издательство, год издания, количество страниц.

8. К статье прилагается экспертное заключение.

9. Рукопись статьи рецензируется ведущим ученым в данной области, как правило, доктором наук.

10. Электронная версия опубликованной статьи размещается в системе РИНЦ.

11. Редакция оставляет за собой право производить редакционные изменения, не искажающие основное содержание статьи.

12. Статьи, не отвечающие перечисленным требованиям, к рассмотрению не принимаются, рукописи и электронные носители авторам не возвращаются. Датой поступления рукописи считается день получения редакцией окончательного текста. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

13. Для публикации и своевременной подготовки журнала необходимо заполнить регистрационную карту участника, представляемую отдельным файлом. Высылается вместе с рукописью.

14. Плата с аспирантов за публикацию статьи не взимается.

**Вестник Саратовского государственного технического университета**

– рецензируемое научное периодическое издание по 2 отраслям науки (01.00.00 – Физико-математические науки, 05.00.00 – Технические науки), охватывающим по совокупности 5 групп специальностей (01.02.00 – Механика, 01.04.00 – Физика, 05.02.00 – Машиностроение и машиноведение, 05.13.00 – Информатика, вычислительная техника и управление, 05.14.00 – Энергетика).

Журнал имеет следующие соответствующие указанным группам специальностей разделы содержания:

- Математика и механика
- Физика
- Машиностроение и машиноведение
- Информационные технологии
- Энергетика

***Журнал публикует статьи только по данным группам специальностей!***

<b>Регистрационная карта публикующегося в журнале «Вестник СГТУ»</b>		
Фамилия	Имя	Отчество
Полное название статьи		
Ученая степень	Ученое звание	Должность с указанием кафедры, отдела, лаборатории
Электронная почта	Служебный телефон/факс	Домашний адрес и телефон
Наименование направляющей статью организации		
Группа специальностей, к которой относится статья		